હોમ લર્નિંગ

પૂરક સાહિત્ય (એક્ઝામ્પલર)

ધોરણ : ૧૧

વિષય : ૧. રસાયણ વિજ્ઞાન

૨. ભૌતિક વિજ્ઞાન

૩. ગણિત

૪. જીવ વિજ્ઞાન

માસ : ઑગસ્ટ - ૨૦૨૦

પૂરક સાહિત્ય (એક્ઝામ્પલર)

ધોરણ : ૧૧

વિષય : રસાયણ વિજ્ઞાન

માસ : ઑગસ્ટ - ૨૦૨૦

એકમ

3

તત્ત્વોનું વર્ગીકરણ અને ગુણધર્મોમાં આવર્તિતા

(Classification of Elements and Periodicity in Properties)

I. બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (પ્રકાર I)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક જ વિકલ્પ સાચો છે.

1. સમઈલેક્ટ્રૉનિય સ્પિસિઝ Na^+, Mg^{2+}, F^- અને O^{2-} વિશે વિચારો. તેમની ત્રિજ્યાઓની લંબાઈનો સાચો વધતો ક્રમ છે __________ .

(i) $F^- < O^{2-} < Mg^{2+} < Na^+$

(ii) $Mg^{2+} < Na^+ < F^- < O^{2-}$

(iii) $O^{2-} < F^- < Na^+ < Mg^{2+}$

(iv) $O^{2-} < F^- < Mg^{2+} < Na^+$

2. નીચેના પૈકી કયું ઍક્ટિનોઇડ નથી ?

(i) ક્યુરિયમ ($Z = 96$)

(ii) કેલિફોર્નિયમ ($Z = 98$)

(iii) યુરેનિયમ ($Z = 92$)

(iv) ટર્બિયમ ($Z = 65$)

3. પરમાણુના આપેલ કોશમાં રહેલી s, p, d અને *f* કક્ષકોના ઇલેક્ટ્રૉનની તેના બાહ્ય કોશમાં રહેલા ઇલેક્ટ્રૉન પર લાગતી (સ્ક્રિનિંગ) આચ્છાદન અસરનો ક્રમ છે :

(i) $s > p > d > f$

(ii) $f > d > p > s$

(iii) $p < d < s > f$

(iv) $f > p > s > d$

4. Na, Mg, Al અને Siની પ્રથમ આયનીકરણ એન્થાલ્પીનો ક્રમ છે :

(i) $Na < Mg > Al < Si$

(ii) $Na > Mg > Al > Si$

(iii) Na < Mg < Al < Si

(iv) Na > Mg > Al < Si

5. ગેડોલિનિયમ (પરમાણ્વીય-ક્રમાંક 64)ની ઇલેક્ટ્રૉનીય રચના છે.

(i) [Xe] $4f^3\ 5d^5\ 6s^2$

(ii) [Xe] $4f^7\ 5d^2\ 6s^1$

(iii) [Xe] $4f^7\ 5d^1\ 6s^2$

(iv) [Xe] $4f^8\ 5d^6\ 6s^2$

6. તત્ત્વોના આવર્તનીય વર્ગીકરણ અંગેનું જે વિધાન સાચું નથી તે :

(i) તત્ત્વોના ગુણધર્મો તેમના પરમાણ્વીય-ક્રમાંકના આવર્તનીય વિધેય છે.

(ii) અધાતુ તત્ત્વોની સંખ્યા ધાતુ તત્ત્વોની સંખ્યા કરતાં ઓછી છે.

(iii) સંક્રાંતિ તત્ત્વોમાં, 3d–કક્ષકોમાં ઇલેક્ટ્રૉન 3p–કક્ષકો ભરાયા પછી અને 4s–કક્ષકો ભરાતા પહેલાં ભરાય છે.

(iv) સામાન્ય રીતે આવર્તમાં તત્ત્વોની પ્રથમ આયનીકરણ એન્થાલ્પી પરમાણ્વીય-ક્રમાંકના વધારા સાથે વધે છે.

7. હેલોજન તત્ત્વોમાં ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ દરમિયાન મુક્ત થતી ઊર્જા (ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી)ના જથ્થાનો સાચો ક્રમ છે :

(i) F > Cl > Br > I

(ii) F < Cl < Br < I

(iii) F < Cl > Br > I

(iv) F < Cl < Br < I

8. આવર્તકોષ્ટકના લાંબા સ્વરૂપમાં આવર્ત-ક્રમાંક શેના જેટલો છે ?

(i) આવર્તના કોઈ પણ તત્ત્વના ચુંબકીય ક્વૉન્ટમ-આંક

(ii) આવર્તના કોઈ પણ તત્ત્વના પરમાણ્વીય-ક્રમાંક

(iii) આવર્તના કોઈ પણ તત્ત્વના મહત્તમ મુખ્ય ક્વૉન્ટમ-આંક

(iv) આવર્તના કોઈ પણ તત્ત્વના મહત્તમ ગૌણ ક્વૉન્ટમ-આંક

9. એ તત્ત્વો કે જેમાં ઇલેક્ટ્રૉન 4*f*–કક્ષકમાં ક્રમશઃ વધતા જાય છે તેમને કહે છે.

(i) ઍક્ટિનોઇડ તત્ત્વો

(ii) સંક્રાંતિ તત્ત્વો

(iii) લેન્થેનોઇડ તત્ત્વો

(iv) હેલોજન તત્ત્વો

10. નીચેના પૈકી કયો આપેલી સ્પિસિઝના કદનો સાચો ક્રમ છે ?

(i) $I > I^- > I^+$

(ii) $I^+ > I^- > I$

(iii) $I > I^+ > I^-$

(iv) $I^- > I > I^+$

11. ઑક્સિજન પરમાણુમાંથી ઑક્સાઇડ આયન, $O^{2-}(g)$ ની બનાવટમાં નીચે દર્શાવ્યા મુજબ પહેલા ઉષ્માક્ષેપક અને પછી ઉષ્માશોષક તબક્કાની જરૂર પડે છે :

$$O(g) + e^- \longrightarrow O^-(g); \Delta H^\ominus = -141 \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$O^-(g) + e^- \longrightarrow O^{2-}(g); \Delta H^\ominus = +780 \text{ kJ mol}^{-1}$$

આમ વાયુ કલા (ફેઈઝ)માં O^{2-}ની બનાવટની પ્રક્રિયા, O^{2-} નિયૉન સાથે સમઈલેક્ટ્રૉનીય હોવા છતાં પણ તરફેણ કરતી નથી. આમ થવા પાછળનું તથ્ય છે,

(i) ઑક્સિજન વધારે વિદ્યુતઋણમય છે.

(ii) ઑક્સિજનમાં ઈલેક્ટ્રૉનનો ઉમેરો મોટા કદવાળા આયનમાં પરિણમે છે.

(iii) નિષ્ક્રિય વાયુ રચનાથી પ્રાપ્ત થયેલી સ્થિરતા કરતા ઈલેક્ટ્રૉનીય અપાકર્ષણ વધારે છે.

(iv) O^-આયનનું કદ ઑક્સિજન પરમાણુના કદની તુલનામાં નાનું છે.

12. નીચે વસ્તુજ્ઞાન (comprehension) અને કેટલાક બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો આપેલા છે. પ્રત્યેક પ્રશ્નનો એક વિકલ્પ સાચો છે. સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો.

આધુનિક આવર્તકોષ્ટકમાં, તત્ત્વોની ગોઠવણી પરમાણ્વીયક્રમાંકના વધતા ક્રમમાં કરવામાં આવી છે, જે ઈલેક્ટ્રૉનીય રચના સાથે સંબંધિત છે. આવર્તકોષ્ટકમાં તત્ત્વોને છેલ્લો ઈલેક્ટ્રૉન કયા પ્રકારની કક્ષકોમાં દાખલ થાય છે, તેને આધારે s, p, d અને *f* એમ ચાર વિભાગમાં વહેંચવામાં આવ્યા છે. આધુનિક આવર્તકોષ્ટક 7 આવર્તો અને 18 સમૂહો ધરાવે છે. દરેક આવર્તની શરૂઆત નવા શક્તિસ્તરના ભરાવાથી થાય છે. આઉફબાઉ સિદ્ધાંત પ્રમાણે, સાત આવર્તો (1 થી 7) અનુક્રમે 2, 8, 8, 18, 18, 32 અને 32 તત્ત્વો ધરાવે છે. સાતમો આવર્ત હજી અધૂરો છે. આવર્તકોષ્ટક વધારેપડતું લાંબું ના થઈ જાય, એટલા માટે *f*-વિભાગનાં તત્ત્વોની બે શ્રેણી કે જેને લેન્થેનોઇડ અને ઍક્ટિનોઇડ તત્ત્વો કહે છે તેમને આવર્તકોષ્ટકના મુખ્ય ભાગના તળિયે મૂકવામાં આવી છે.

(a) પરમાણ્વીય-ક્રમાંક 57 ધરાવતું તત્ત્વ કયા વિભાગનું છે ?

(i) s-વિભાગ

(ii) p-વિભાગ

(iii) d-વિભાગ

(iv) *f*-વિભાગ

(b) છઠ્ઠા (6th) આવર્તમાં p-વિભાગના છેલ્લા તત્ત્વની બાહ્યત્તમ ઈલેક્ટ્રૉનીય રચના છે

(i) $7s^2\ 7p^6$

(ii) $5f^{14}\ 6d^{10}\ 7s^2\ 7p^0$

(iii) $4f^{14}\ 5d^{10}\ 6s^2\ 6p^6$

(iv) $4f^{14}\ 5d^{10}\ 6s^2\ 6p^4$

(c) આવર્તકોષ્ટકના પ્રવર્તમાન લાંબા સ્વરૂપમાં નીચે આપેલાં કયાં તત્ત્વો કે જેમના પરમાણ્વીય-ક્રમાંકો આપેલા છે તેમને સમાવી શકાય નહિ ?

(i) 107

(ii) 118

(iii) 126

(iv) 102

(d) પરમાણ્વીય-ક્રમાંક 43 વાળા તત્ત્વની તરત જ ઉપર એ જ સમૂહમાં રહેલા તત્ત્વની ઇલેક્ટ્રૉનીય રચના ____________ છે.

(i) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5\ 4s^2$

(ii) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^5\ 4s^3\ 4p^6$

(iii) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^6\ 4s^2$

(iv) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 3d^7\ 4s^2$

(e) પરમાણ્વીય-ક્રમાંક 35, 53 અને 85 વાળા બધાંય તત્ત્વો ____________ છે.

(i) ઉમદા વાયુઓ

(ii) હેલોજન

(iii) ભારે ધાતુઓ

(iv) હલકી ધાતુઓ

13. ચાર તત્ત્વો A, B, C અને D ની ઇલેક્ટ્રૉનીય રચના નીચે આપેલી છે :

(A) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$ (B) $1s^2\ 2s^2\ 2p^4$

(C) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$ (D) $1s^2\ 2s^2\ 2p^5$

ઇલેક્ટ્રૉન પ્રાપ્ત કરવાની વધતી જતી વૃત્તિનો સાચો ક્રમ નીચે પૈકી કયો છે ?

(i) $A < C < B < D$

(ii) $A < B < C < D$

(iii) $D < B < C < A$

(iv) $D < A < B < C$

II. બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (પ્રકાર II)

નીચેના પ્રશ્નોમાં બે કે વધારે વિકલ્પો સાચા હોઈ શકે છે.

14. નીચેનાં તત્ત્વો પૈકીનું કયું 4 કરતા વધુ સહસંયોજકતા દર્શાવી શકે ?

(i) Be

(ii) P

(iii) S

(iv) B

15. જે તત્ત્વોના પરમાણુઓના આયનીકરણ માટે નીચી ઊર્જાની જરૂર પડતી હોય (એટલે કે વર્ણપટના દૃશ્યમાન વિભાગમાં ઊર્જાનું શોષણ કરતા હોય) તેવાં તત્ત્વોને જ્યોતમાં ગરમ કરતા તેઓ જ્યોતને રંગ બક્ષે છે. નીચેના પૈકી કયા સમૂહોનાં તત્ત્વો જ્યોતને રંગ બક્ષશે ?

(i) 2

(ii) 13

(iii) 1

(iv) 17

16. નીચે શ્રેણીઓ પૈકીની કઈ ફક્ત પ્રતિનિધિ તત્ત્વોના પરમાણ્વીય-ક્રમાંકો ધરાવે છે ?

(i) 3, 33, 53, 87

(ii) 2, 10, 22, 36

(iii) 7, 17, 25, 37, 48

(iv) 9, 35, 51, 88

17. નીચેનાં તત્ત્વો પૈકી કયું તેના સમૂહનાં અન્ય તત્ત્વોની તુલનામાં એક ઇલેક્ટ્રૉન ઝડપથી સ્વીકારશે ?

(i) S (g)

(ii) Na (g)

(iii) O (g)

(iv) Cl (g)

18. નીચે પૈકીનાં કયાં વિધાનો સાચાં છે ?

(i) આવર્તકોષ્ટકમાં હિલિયમની પ્રથમ આયનીકરણ એન્થાલ્પી સૌથી ઊંચી છે.

(ii) ક્લોરિનની ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી ફ્લોરિન કરતાં ઓછી ઋણ છે.

(iii) ઓરડાના તાપમાને મર્ક્યુરી અને બ્રોમિન પ્રવાહીઓ છે.

(iv) કોઈ પણ આવર્તમાં, આલ્કલી ધાતુઓની પરમાણ્વીય ત્રિજ્યા સૌથી વધારે છે.

19. નીચેના પૈકી કયા સેટ ફક્ત સમઇલેક્ટ્રૉનીય આયનો ધરાવે છે ?

(i) Zn^{2+}, Ca^{2+}, Ga^{3+}, Al^{3+}

(ii) K^{+}, Ca^{2+}, Sc^{3+}, Cl^{-}

(iii) P^{3-}, S^{2-}, Cl^{-}, K^{+}

(iv) Ti^{4+}, Ar, Cr^{3+}, V^{5+}

20. નીચે પૈકીના કયા વિકલ્પોમાં ગોઠવણીનો ક્રમ તેની સાથે આપેલા ગુણધર્મોના ફેરફાર સાથે સુસંગત નથી ?

(i) $Al^{3+} < Mg^{2+} < Na^{+} < F^{-}$ (આયનીય કદમાં વધારો)

(ii) B < C < N < O(પ્રથમ આયનીકરણ એન્થાલ્પીનો વધારો)

(iii) I < Br < Cl < F (ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પીમાં વધારો)

(iv) Li < Na < K < Rb (ધાત્વિય ત્રિજ્યાનો વધારો)

21. નીચેના પૈકી કયું એકમ ધરાવતું નથી ?

(i) વિદ્યુતઋણતા

(ii) ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી

(iii) આયનીકરણ એન્થાલ્પી

(iv) ધાત્વિય લક્ષણ

22. આયનીય ત્રિજ્યા બદલાય છે

(i) અસરકારક ન્યુક્લિયર વીજભારના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં

(ii) અસરકારક ન્યુક્લિયર વીજભારના વર્ગના વ્યસ્ત પ્રમાણમાં

(iii) સ્ક્રિનિંગ અસરના સમપ્રમાણમાં

(iv) સ્ક્રિનિંગ અસરના વર્ગના સમપ્રમાણમાં

23. એક તત્ત્વ આવર્તકોષ્ટકના 3જા આવર્ત અને 13મા સમૂહમાં આવેલું છે. આ તત્ત્વ નીચેના પૈકી કયા ગુણધર્મો દર્શાવશે ?

(i) વિદ્યુતનું સુવાહક

(ii) પ્રવાહી, ધાત્વિક

(iii) ઘન, ધાત્વિક

(iv) ઘન, અધાત્વિય

III. ટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો

24. ફ્લોરિનની ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી ક્લોરિન કરતા ઓછી ઋણ શા માટે છે તે સમજાવો.

25. બધાં જ સંક્રાંતિ તત્ત્વો d–વિભાગનાં તત્ત્વો છે, પરંતુ બધાં જ d–વિભાગનાં તત્ત્વો સંક્રાંતિ તત્ત્વો નથી સમજાવો.

26. પરમાણ્વીય-ક્રમાંક 119 ધરાવતાં તત્ત્વનો સમૂહ અને સંયોજકતા ઓળખો. તેના બાહ્યતમ કોશની ઇલેક્ટ્રૉનીય રચનાનું પ્રાક્કથન કરો તથા તેના ઑક્સાઇડનું સામાન્ય સૂત્ર પણ લખો.

27. બીજા આવર્તનાં તત્ત્વોની આયનીકરણ એન્થાલ્પી નીચે આપેલી છે :

આયનીકરણ એન્થાલ્પી / k cal mol^{-1} : 520, 899, 801, 1086, 1402, 1314, 1681, 2080.

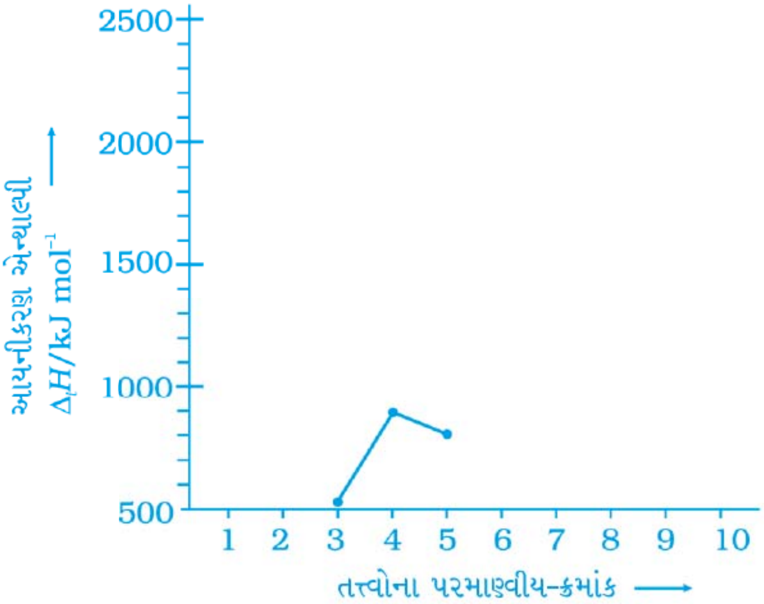
સાચી એન્થાલ્પીને તત્ત્વ સાથે જોડો અને આકૃતિ 3.1માં આપેલા આલેખની પૂર્તિ કરો. તેમજ તત્ત્વોની સંજ્ઞાઓ તેમના પરમાણ્વીય-ક્રમાંક સહિત લખો.

28. B, Al, C અને Si તત્ત્વોમાં

(i) કયા તત્ત્વની પ્રથમ આયનીકરણ એન્થાલ્પી સૌથી ઊંચી છે ?

(ii) કયું તત્ત્વ સૌથી વધુ ધાત્વિય લક્ષણ ધરાવે છે ?

પ્રત્યેક કિસ્સામાં તમારા ઉત્તરને વાજબી ઠરાવો.



આકૃતિ 3.1

29. p–વિભાગનાં તત્ત્વોના ચાર લાક્ષણિક ગુણધર્મો લખો.

30. નીચે આપેલા વિકલ્પોમાંથી ફ્લોરિન અને નિયૉનની પરમાણ્વીય ત્રિજ્યાઓનો (pm માં) સાચો ક્રમ પસંદ કરો અને તમારા ઉત્તરને વાજબી ઠરાવો :

(i) 72, 160

(ii) 160, 160

(iii) 72, 72

(iv) 160, 72

31. સંક્રાંતિ તત્ત્વો અને બિનસંક્રાંતિ તત્ત્વોનાં ઉદાહરણો લઈ તત્ત્વોની ઑક્સિડેશન અવસ્થાઓ મહદંશે ઇલેક્ટ્રૉનીય રચના પર આધારિત હોય છે તેવું દૃષ્ટાંત આપો.

32. નાઇટ્રોજનની ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી ધન છે જ્યારે ઑક્સિજનની ઋણ છે. તેમ છતાં, ઑક્સિજનની આયનીકરણ એન્થાલ્પી નાઇટ્રોજન કરતાં નીચી છે. સમજાવો.

33. પ્રતિનિધિ તત્ત્વો (s અને p–વિભાગનાં તત્ત્વો)ના દરેક સમૂહમાં પહેલો સભ્ય અનિયમિત વર્તણૂક દર્શાવે છે. બે ઉદાહરણો વડે દૃષ્ટાંત આપો.

34. p–વિભાગનાં તત્ત્વો એસિડિક, બેઝિક અને ઊભયગુણી ઑક્સાઇડ બનાવે છે. પ્રત્યેક ગુણ બે ઉદાહરણો આપી સમજાવો તેમજ આ ઑક્સાઇડની પાણી સાથે પ્રક્રિયા લખો.

35. સોડિયમની પ્રથમ આયનીકરણ એન્થાલ્પી મૅગ્નેશિયમ કરતા નીચી છે પણ તેની દ્વિતીય આયનીકરણ એન્થાલ્પી મૅગ્નેશિયમ કરતા ઊંચી છે તે હકીકત તમે કેવી રીતે સમજાવશો ?

36. ઉષ્માક્ષેપક પ્રક્રિયા અને ઉષ્માશોષક પ્રક્રિયા દ્વારા તમે શું સમજો છો ? પ્રત્યેક પ્રકારનું એક ઉદાહરણ આપો.

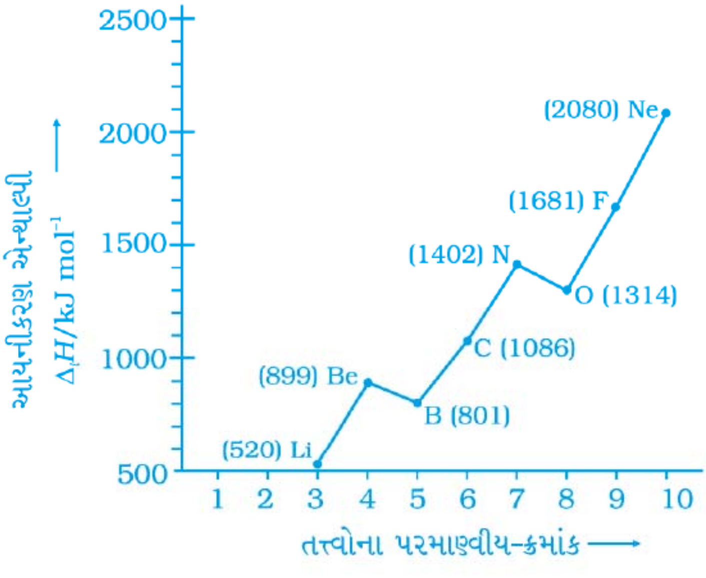
37. તત્ત્વો N, P, O અને Sને આપેલા ક્રમમાં ગોઠવો.

(i) પ્રથમ આયનીકરણ એન્થાલ્પીનો વધતો ક્રમ

(ii) અધાત્વિય લક્ષણનો વધતો ક્રમ

તમે આપેલી ગોઠવણ માટે કારણ આપો.

38. આકૃતિ 3.2નો ઉપયોગ કરી કેટલાંક તત્ત્વોની આયનીકરણ એન્થાલ્પીમાં સામાન્ય વલણ કરતા થતું વિચલન સમજાવો.



આકૃતિ 3.2

39. નીચેની સમજૂતી આપો :

(a) આવર્તકોષ્ટકમાં ડાબી બાજુથી જમણી બાજુ તરફ જતાં તત્ત્વોની વિદ્યુતઋણતા વધે છે.

(b) સમૂહમાં ઉપરથી નીચે જતા આયનીકરણ એન્થાલ્પી ઘટે છે.

40. આવર્તમાં ડાબી બાજુથી જમણી બાજુ જતાં ધાત્વિય અને અધાત્વિય લક્ષણ કેવી રીતે બદલાય છે ?

41. કારણ આપો : Na^+ ધનાયનની ત્રિજ્યા Na પરમાણુ કરતાં ઓછી છે.

42. તમે આલ્કલી ધાતુઓમાં કયું તત્ત્વ સૌથી ઓછું વિદ્યુતઋણ હોવાની અપેક્ષા રાખો છો અને શા માટે ?

IV. જોડકાં પ્રકારના પ્રશ્નો

નીચેના કેટલાક પ્રશ્નોમાં ડાબી બાજુની કૉલમનો એક વિકલ્પ જમણી બાજુની કૉલમના એક અથવા એકથી વધુ વિકલ્પો સાથે સંલગ્ન હોઈ શકે છે.

43. સાચી ધાત્વિય ત્રિજ્યાને તત્ત્વ સાથે જોડો.

તત્ત્વ	પરમાણ્વીય ત્રિજ્યા (pm)
Be	74
C	88
O	111
B	77
N	66

44. નીચેનાં તત્ત્વોને સાચી આયનીકરણ એન્થાલ્પી અને ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી સાથે જોડો :

	તત્ત્વ		ΔH_1	ΔH_2	$\Delta_{eg} H$
(i)	સૌથી વધુ પ્રતિક્રિયાત્મક અધાતુ	A.	419	3051	– 48
(ii)	સૌથી વધુ પ્રતિક્રિયાત્મક ધાતુ	B.	1681	3374	– 328
(iii)	સૌથી ઓછું પ્રતિક્રિયાત્મક તત્ત્વ	C.	738	1451	– 40
(iv)	દ્વિઅંગી (binary) હેલાઇડ બનાવતી ધાતુ	D.	2372	5251	+ 48

45. કૉલમ Iમાં કેટલાંક તત્ત્વોની ઇલેક્ટ્રૉનીય રચના આપેલી છે અને કૉલમ IIમાં તેમની ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી આપેલી છે. ઇલેક્ટ્રૉનીય રચનાને ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી સાથે જોડો.

કૉલમ I ઇલેક્ટ્રૉનીય રચના	કૉલમ II ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી / $kJ\ mol^{-1}$
(i) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6$	(A) –53
(ii) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$	(B) – 328
(iii) $1s^2\ 2s^2\ 2p^5$	(C) –141
(iv) $1s^2\ 2s^2\ 2p^4$	(D) + 48

V. વિધાન અને કારણ પ્રકારના પ્રશ્નો

નીચેના પ્રશ્નોમાં વિધાન (A) અને ત્યાર પછી કારણ (R) આપેલું છે. પ્રશ્નોની નીચે આપેલા વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો.

46. **વિધાન (A) :** સામાન્ય રીતે, આવર્તમાં ડાબેથી જમણે જતાં આયનીકરણ એન્થાલ્પી વધે છે.

કારણ (R) : જ્યારે એક જ મુખ્ય ક્વૉન્ટમ સ્તરની કક્ષકોમાં એક પછી એક ઇલેક્ટ્રૉન ઉમેરાતા જાય, ત્યારે કેન્દ્ર પ્રત્યે ઇલેક્ટ્રૉનના વધતા જતા આકર્ષણને સરભર કરે તેટલી અંદરના કોશ (core)ના ઇલેક્ટ્રૉનની આચ્છાદન (સ્ક્રિનિંગ) અસર વધતી નથી.

(i) વિધાન સાચું વાક્ય છે અને કારણ ખોટું વાક્ય છે.

(ii) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં વાક્યો છે અને કારણ વિધાનની સાચી સમજૂતી છે.

(iii) વિધાન અને કારણ બંને ખોટાં વાક્યો છે.

(iv) વિધાન વાક્ય ખોટું છે અને કારણ વાક્ય સાચું છે.

47. **વિધાન (A) :** બોરોનની પ્રથમ આયનીકરણ એન્થાલ્પી બેરિલિયમ કરતા ઓછી છે.

કારણ (R) : 2s ઇલેક્ટ્રૉનની કેન્દ્ર પ્રત્યેની ભેદનશક્તિ 2p ઇલેક્ટ્રૉન કરતા વધારે છે તેથી ઇલેક્ટ્રૉનના આંતરિક કોશ વડે 2p ઇલેક્ટ્રૉન 2s ઇલેક્ટ્રૉન કરતા વધુ આરક્ષણ પામે છે.

(i) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં વાક્યો છે પણ કારણ વિધાનની સાચી સમજૂતી નથી.

(ii) વિધાન સાચું વાક્ય છે પણ કારણ ખોટું વાક્ય છે.

(iii) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં વાક્યો છે અને કારણ વિધાનની સાચી સમજૂતી છે.

(iv) વિધાન અને કારણ બંને ખોટાં વાક્યો છે.

48. **વિધાન (A) :** સમૂહમાં આપણે જેમ નીચે જઈએ તેમ ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી ઓછી ઋણ થતી જાય છે.

કારણ (R) : સમૂહમાં નીચે જતાં પરમાણુનું કદ વધે છે તથા ઉમેરાયેલો ઇલેક્ટ્રૉન કેન્દ્રથી દૂર થતો જાય છે.

(i) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં વાક્યો છે પણ કારણ વિધાનની સાચી સમજૂતી નથી.

(ii) વિધાન અને કારણ બંને સાચાં વાક્યો છે અને કારણ વિધાનની સાચી સમજૂતી છે.

(iii) વિધાન અને કારણ બંને ખોટાં વાક્યો છે.

(iv) વિધાન ખોટું વાક્ય છે પણ કારણ સાચું વાક્ય છે.

VI. દીર્ઘ જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો

49. ઇલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પી અને આવર્તકોષ્ટકમાં તેના વલણમાં થતા ફેરફારને અસર કરતાં પરિબળોની ચર્ચા કરો.

50. આયનીકરણ એન્થાલ્પીને વ્યાખ્યાયિત કરો. આવર્તકોષ્ટકમાં તત્ત્વોની આયનીકરણ એન્થાલ્પી અને તેનાં વલણોને અસર કરતાં પરિબળોની ચર્ચા કરો.

51. યોગ્ય ઉદાહરણો વડે આપેલા વાક્યનું વાજબીપણું સ્પષ્ટ કરો. 'તત્ત્વોના ગુણધર્મો તેમના પરમાણ્વીય-ક્રમાંકોના આવર્તનીય વિધેય છે.'

52. આલ્કલી ધાતુઓની બાહ્યતમ કક્ષાની ઈલેક્ટ્રૉનીય રચના લખો. આવર્તકોષ્ટકના સમૂહ 1માં તેમના સ્થાનનું ઔચિત્ય તમે કેવી રીતે સ્પષ્ટ કરશો ?

53. મેન્ડેલિફના આવર્તકોષ્ટકની ખામીઓ લખો કે જે તેના સુધારા તરફ દોરી ગઈ.

54. મેન્ડેલિફના આવર્તકોષ્ટક કરતા આવર્તકોષ્ટકનું લાંબું સ્વરૂપ કેવી રીતે શ્રેષ્ઠ છે ? ઉદાહરણો આપી સમજાવો.

55. સમૂહ 1 અને સમૂહ 17નાં તત્ત્વોની આયનીકરણ એન્થાલ્પીનાં વલણોની ચર્ચા અને તુલના કરો.

ઉત્તરો

I. બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (પ્રકાર I)

1. (ii) **2.** (iv) **3.** (i) **4.** (i) **5.** (iii) **6.** (iii)

7. (iii) **8.** (iii) **9.** (iii) **10.** (iv) **11.** (iii)

12. (a) (iii), (b) (iii), (c) (iii), (d) (i), (e) (ii) **13.** (i)

II. બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (પ્રકાર II)

14. (ii), (iii) **15.** (i), (iii) **16.** (i), (iv)

17. (i), (iv) **18.** (i), (iii), (iv) **19.** (ii), (iii)

20. (ii), (iii) **21.** (i), (iv) **22.** (i), (iii)

23. (i), (iii)

III. ટૂંક જવાબી પ્રકાર

24. ફ્લોરિનમાં ઉમેરેલો ઇલેક્ટ્રૉન બીજા ક્વૉન્ટમ સ્તરમાં જાય છે. ફ્લોરિનનું કદ નાનું હોવાથી ક્લોરિનની તુલનામાં તે અન્ય ઇલેક્ટ્રૉન વડે ઘણું વધારે અપાકર્ષણ અનુભવે છે કારણ કે, ક્લોરિનમાં ઇલેક્ટ્રૉન 3જા ક્વૉન્ટમ સ્તરમાં ઉમેરાય છે જ્યાં હેરફેર માટે વધુ અવકાશ પ્રાપ્ય છે.

26. સમૂહ : 1, સંયોજકતા : 1

બાહ્યતમ કોશની ઇલેક્ટ્રૉનીય રચના = $8s^1$

ઑક્સાઇડનું સૂત્ર = M_2O

27. તમારા આલેખની તુલના પાઠ્યપુસ્તકમાં આપેલ આલેખ સાથે કરો.

28. (i) કાર્બન

(ii) ઍલ્યુમિનિયમ

30. (i)

32. p–કક્ષક અર્ધપૂર્ણ હોવાથી નાઇટ્રોજનની બાહ્યતમ કક્ષાની ઇલેક્ટ્રૉન રચના ($2s^2\,2p_x^1\,2p_y^1\,2p_z^1$) ખૂબ જ સ્થાયી છે. કોઈ પણ p–કક્ષકમાં વધારાનો ઇલેક્ટ્રૉન ઉમેરવા ઊર્જાની જરૂર પડે છે.

ઑક્સિજનની 2p કક્ષકોમાં 4 ઇલેક્ટ્રૉન છે અને એક ઇલેક્ટ્રૉન દૂર કર્યા પછી સ્થાયી રચના i.e. $2p^3$ રચના પ્રાપ્ત કરે છે.

35. સોડિયમ પરમાણુમાંથી 1 ઇલેક્ટ્રૉન દૂર કર્યા પછી બનતો આયન નિષ્ક્રિય વાયુ, નિયૉન જેવી રચના પ્રાપ્ત કરે છે. બીજો ઇલેક્ટ્રૉન ગમે તે એક 2p–કક્ષકમાંથી દૂર થાય છે જે સંપૂર્ણ ભરાયેલી છે. i.e. તેમાં કુલ 6 ઇલેક્ટ્રૉન હોય છે તેમજ કેન્દ્રની નજીક હોય છે.

37. (i) S < P < N < O

(ii) P < S < N < O

39. (a) પરમાણુના કદમાં ઘટાડો અને કેન્દ્રિય વીજભારમાં વધારો.

(b) પરમાણ્વીય કદમાં વધારો.

40. આવર્તમાં ડાબેથી જમણે જતાં ધાત્વિય લક્ષણ ઘટે છે અને અધાત્વિય લક્ષણ વધે છે. આયનીકરણ એન્થાલ્પી અને ઈલેક્ટ્રૉનપ્રાપ્તિ એન્થાલ્પીમાં થતા વધારાને લીધે આમ થાય છે.

41. એક કોશમાં થતા ઘટાડાને લીધે.

42. સમૂહમાં ઉપરથી નીચે તરફ જતા વિદ્યુતઋણતા ઘટે છે. પરિણામે, સિઝિયમ સૌથી ઓછું વિદ્યુતઋણ તત્ત્વ છે.

IV. જોડકાં પ્રકાર

43. Be = 111, O = 66, C = 77, B = 88, N = 74

44. સૌથી વધુ ક્રિયાશીલ અધાતુ = B, સૌથી વધુ ક્રિયાશીલ ધાતુ = A,

સૌથી ઓછું ક્રિયાશીલ તત્ત્વ = D, દ્વિઅંગી હેલાઈડ બનાવતી ધાતુ = C

45. (i) → (D) (ii) → (A) (iii) → (B) (iv) → (C)

V. દીર્ઘ જવાબી પ્રકાર

46. (ii)

47. (iii)

48. (iv)

પૂરક સાહિત્ય (એક્ઝામ્પલર)

ધોરણ : ૧૧

વિષય : ભૌતિક વિજ્ઞાન

માસ : ઑગસ્ટ - ૨૦૨૦

પ્રકરણ 5

ગતિના નિયમો

• બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (MCQ I)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક જ વિકલ્પ સાચો છે :

5.1 એક દડો નિયમિત સ્થાનાંતર ગતિ કરે છે તેનો અર્થ એ થાય કે,

(a) તે સ્થિર અવસ્થામાં છે.

(b) તેનો પથ સુરેખ કે વર્તુળાકાર હોઈ શકે અને દડો નિયમિત ઝડપથી મુસાફરી કરે છે.

(c) દડાના બધા ભાગોનો વેગ સમાન (મૂલ્ય અને દિશા) છે અને તે વેગ અચળ છે.

(d) દડાનું કેન્દ્ર અચળ વેગથી ગતિ કરે છે અને દડો તેના કેન્દ્રને અનુલક્ષી નિયમિત ચાકગતિ કરે છે.

5.2 એક મીટરપટ્ટી નિયમિત વેગથી ગતિ કરે છે તે સૂચવે છે કે,

(a) મીટરપટ્ટી પર લાગતું બળ શૂન્ય છે પરંતુ મીટરપટ્ટીના દ્રવ્યમાન કેન્દ્રને અનુલક્ષીને ટૉર્ક લાગી શકે છે.

(b) મીટરપટ્ટી પર લાગતું બળ શૂન્ય છે અને મીટરપટ્ટી પર દ્રવ્યમાન કેન્દ્રને અનુલક્ષીને ટૉર્ક પણ શૂન્ય છે.

(c) તેના પર લાગતું કુલ બળ શૂન્ય હોય એ જરૂરી નથી પરંતુ તેના પરનું ટૉર્ક શૂન્ય છે.

(d) બળ કે ટૉર્ક શૂન્ય હોવા જરૂરી નથી.

5.3 150 g દળના ક્રિકેટના દડાનો પ્રારંભિક વેગ $\boldsymbol{u} = (3\hat{i} + 4\hat{j})$ ms^{-1} અને ફટકો માર્યા પછીનો અંતિમ વેગ $\boldsymbol{\upsilon} = -(3\hat{i} + 4\hat{j})$ ms^{-1} છે. વેગમાનનો ફેરફાર (અંતિમ વેગમાન–પ્રારંભિક વેગમાન) (kg ms^{-1} માં) .... છે.

(a) શૂન્ય

(b) $-(0.45\hat{i} + 0.6\hat{j})$

(c) $-(0.9\hat{i} + 1.2\hat{j})$

(d) $-5(\hat{i} + \hat{j})$

5.4 ઉપરના પ્રશ્ન 3 માં ફટકા દરમિયાન તબદીલ થયેલા વેગમાનનું મૂલ્ય .... છે.

(a) શૂન્ય

(b) 0.75 kg ms^{-1}

(c) 1.5 kg ms^{-1}

(d) 14 kg ms^{-1}

5.5 કણો વચ્ચેના સંઘાતમાં વેગમાન સંરક્ષણનો નિયમ .... દ્વારા સમજી શકાય.

(a) ઊર્જા-સંરક્ષણ

(b) માત્ર ન્યૂટનનો પ્રથમ નિયમ

(c) માત્ર ન્યૂટનનો બીજો નિયમ

(d) ન્યૂટનના બીજા અને ત્રીજા બંને નિયમો

5.6 હૉકીનો કોઈ ખેલાડી ઉત્તર તરફ ગતિ કરતાં-કરતાં હરીફથી બચવા એકાએક સમાન ઝડપથી પશ્ચિમ તરફ વળી જાય છે, તો ખેલાડી પર લાગતું બળ .... છે.

(a) પશ્ચિમ દિશામાં ઘર્ષણબળ

(b) દક્ષિણ દિશામાં સ્નાયુબળ

(c) દક્ષિણ-પશ્ચિમ તરફ ઘર્ષણબળ

(d) દક્ષિણ-પશ્ચિમ તરફ સ્નાયુબળ

5.7 2 kg દળનો એક પદાર્થ $x(t) = pt + qt^2 + rt^3$ નિયમ અનુસાર ગતિ કરે છે. જ્યાં, $p = 3$ ms^{-1}, $q = 4$ ms^{-2} અને $r = 5$ ms^{-3} છે, તો $t = 2$ s સમયે પદાર્થ પર લાગતું બળ .... છે.

(a) 136 N

(b) 134 N

(c) 158 N

(d) 68 N

5.8 5 kg દળના કોઈ એક પદાર્થ પર $\mathbf{F} = (-3\hat{i} + 4\hat{j})$ N બળ લાગે છે. જો $t = 0$ સમયે તેનો પ્રારંભિક વેગ $\mathbf{v} = (6\hat{i} - 12\hat{j})\ \text{ms}^{-1}$ હોય, તો કયા સમયે તેનો વેગ ફક્ત Y-અક્ષની દિશામાં હશે ?

(a) ક્યારેય નહિ.

(b) 10 s

(c) 2 s

(d) 15 s

5.9 m દળની એક કાર સ્થિર સ્થિતિમાંથી ગતિ શરૂ કરીને બે સેકન્ડમાં પૂર્વ તરફ $\mathbf{v} = v\hat{i}\ (v > 0)$ વેગ પ્રાપ્ત કરે છે. ધારો કે કાર નિયમિત પ્રવેગ સાથે ગતિ કરે છે, તો કાર પર લાગતું બળ ....

(a) $\frac{mv}{2}$ પૂર્વ દિશામાં અને કારના એન્જિન વડે લાગે છે.

(b) $\frac{mv}{2}$ પૂર્વ દિશામાં અને રોડ વડે ટાયર પર લાગતા ઘર્ષણને કારણે છે.

(c) $\frac{mv}{2}$ કરતાં વધારે પૂર્વ દિશામાં રોડ પરનું ઘર્ષણ ઘટાડવા એન્જિનને લીધે લાગે છે.

(d) $\frac{mv}{2}$ એન્જિનને લીધે લાગે છે.

• બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (MCQ II)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક અથવા એક કરતાં વધુ વિકલ્પ સાચા હોઈ શકે છે :

5.10 m દળના કોઈ કણની ગતિ આ પ્રકારે આપવામાં આવી છે.

$x = 0$ જ્યારે $t < 0$ s,

$x(t) = A\sin 4\pi t$ જ્યારે $0 < t < \left(\frac{1}{4}\right)$ s, (A > 0) તથા $x = 0$ જ્યારે $t > \left(\frac{1}{4}\right)$ s.

આ ગતિના સંદર્ભમાં નીચે આપેલાં વિધાનો પૈકી કયાં વિધાનો સત્ય છે :

(a) $t = \left(\frac{1}{8}\right)$ s સમયે કણ પર લાગતું બળ $-16\pi^2 A\,m$ છે.

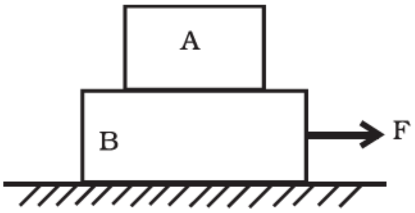
(b) $t = 0$ અને $t = \left(\frac{1}{4}\right)$ s સમયે કણ પર લાગતા આઘાતનું મૂલ્ય $4\pi^2 A\,m$ છે.

(c) કણ પર કોઈ બળ લાગતું નથી.

(d) કણ પર કોઈ અચળ બળ લાગતું નથી.

(e) કણ પર આઘાત લાગતો નથી.

5.11 આકૃતિ 5.1 માં, ભોંયતળિયા અને પદાર્થ B વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક 0.1 છે. પદાર્થો B અને A વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક 0.2 છે. B પર આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ બળ F લગાડવામાં આવે છે. A નું દળ $\frac{m}{2}$ અને B નું m છે, તો નીચેનાં પૈકી કયાં વિધાનો સાચાં છે ?



આકૃતિ 5.1

(a) જો F = 0.25 mg, તો પદાર્થો એકસાથે ગતિ કરશે.

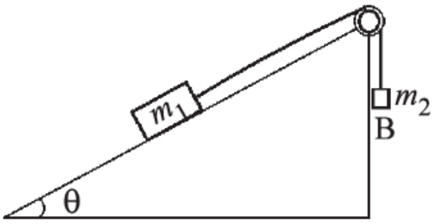
(b) જો F = 0.5 mg, તો પદાર્થ A એ Bની સાપેક્ષે સરકી જશે.

(c) જો F = 0.5 mg, તો પદાર્થો એકસાથે ગતિ કરશે.

(d) જો F = 0.1 mg, તો પદાર્થો સ્થિર રહેશે.

(e) બંને પદાર્થો એકસાથે ગતિ કરે તે માટે F નું મહત્તમ મૂલ્ય 0.45 mg હોવું જોઈએ.

5.12 આકૃતિ 5.2માં દર્શાવ્યા મુજબ સમક્ષિતિજ સાથે θ ખૂણો બનાવતા ઢાળ પર m_1 દળને દોરી વડે m_2 દળ સાથે જોડી દોરીને ઘર્ષણરહિત પુલી (ગરગડી) પરથી પસાર કરી ગતિ કરાવવામાં આવે છે. ઢાળની સપાટી અને m_1 વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક μ છે. નીચેનાં પૈકી કયાં વિધાનો સાચાં છે ?



આકૃતિ 5.2

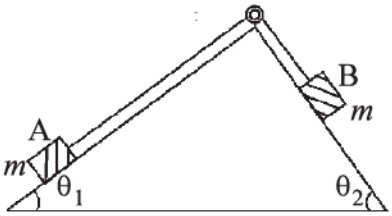
(a) જો $m_2 > m_1 \sin\theta$, પદાર્થ સમતલ પર ઉપર તરફ ગતિ કરશે.

(b) જો $m_2 > m_1 (\sin\theta + \mu \cos\theta)$, પદાર્થ સમતલ પર ઉપર તરફ ગતિ કરશે.

(c) જો $m_2 < m_1 (\sin\theta + \mu \cos\theta)$, પદાર્થ સમતલ પર ઉપર તરફ ગતિ કરશે.

(d) જો $m_2 < m_1 (\sin\theta - \mu \cos\theta)$, પદાર્થ સમતલ પર નીચે તરફ ગતિ કરશે.

5.13 આકૃતિ 5.3માં સમક્ષિતિજ સાથે θ_1 કોણે ઢળેલા સમતલ પર m દળનો પદાર્થ A સરકે છે. સમતલ અને A વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક μ_1 છે. A ને હલકી દોરી વડે બીજા m દળના પદાર્થ B કે જે સમક્ષિતિજ સાથે θ_2 કોણે ઢળેલા ઘર્ષણરહિત સમતલ પર સરકે છે. તેની સાથે બાંધીને દોરીને ઘર્ષણરહિત પુલી પરથી પસાર કરેલ છે, તો નીચેનાં પૈકી કયાં વિધાનો સાચાં છે ?



આકૃતિ 5.3

(a) A સમતલ પર ક્યારેય ઉપર તરફ જશે નહિ.

(b) A ઉપર તરફ just ગતિની શરૂઆત કરશે, જ્યારે

$$\mu = \frac{\sin\theta_2 - \sin\theta_1}{\cos\theta_1}$$

(c) સમતલ પર A ને ઉપર તરફ ગતિ કરાવવા હંમેશાં θ_2 એ θ_1 કરતાં વધારે હોવો જોઈએ.

(d) B હંમેશાં અચળ ઝડપથી નીચે તરફ સરકશે.

5.14 5 ms^{-1} ની સમાન ઝડપથી (એકબીજા તરફ) વિરુદ્ધ દિશામાં ગતિ કરતા 50 g દળના બે બિલિયર્ડ બૉલ A અને B એકબીજા સાથે અથડાઈને તેટલી જ ઝડપથી પાછા ફરે છે. જો સંઘાત 10^{-3} s સુધી થયો હોય, તો નીચેનાં પૈકી કયાં વિધાનો સાચાં છે ?

(a) દરેક દડાને મળતો આઘાત 0.25 kg ms^{-1} છે અને દરેક દડા પર લાગતું બળ 250 N છે.

(b) દરેક દડાને મળતો આઘાત 0.25 kg ms^{-1} છે અને દરેક દડા પર લાગતું બળ 25×10^{-5} N છે.

(c) દરેક દડાને મળતો આઘાત 0.5 Ns છે.

(d) દરેક દડા પરનો આઘાત અને બળનું મૂલ્ય સમાન અને પરસ્પર વિરુદ્ધ દિશામાં છે.

5.15 10 kg દળના પદાર્થ પર 6 N અને 8 N નાં બે બળો પરસ્પર લંબરૂપે એકસાથે લાગે છે, તો પદાર્થનો પરિણામી પ્રવેગ .... છે.

(a) 6 N બળની સાપેક્ષે $tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ના કોણે 1 ms^{-2}

(b) 6 N બળની સાપેક્ષે $tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ના કોણે 0.2 ms^{-2}

(c) 8 N બળની સાપેક્ષે $tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ના કોણે 1 ms^{-2}

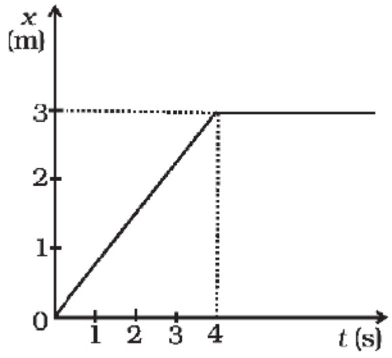
(d) 8 N બળની સાપેક્ષે $tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ના કોણે 0.2 ms^{-2}

• અતિટૂંક જવાબી પ્રશ્નો (VSA)

5.16 સુરેખ રસ્તા પર 5 ms^{-1} ની ઝડપથી સાઈકલ ચલાવી રહેલ એક છોકરી 0.5 kg દળનો પથ્થર જમીનની સાપેક્ષ 15 ms^{-1} ની ઝડપથી તેની ગતિની દિશામાં ફેંકે છે. છોકરી અને સાઈકલનું દળ 50 kg છે. શું પથ્થર ફેંક્યા પછી સાઈકલની ઝડપમાં કોઈ ફેરફાર થશે ? જો થાય તો, ઝડપમાં કેટલો ફેરફાર થશે ?

5.17 50 kg દળનો કોઈ વ્યક્તિ લિફ્ટમાં રાખેલા વજનકાંટા પર ઊભો છે. જો લિફ્ટ 9 ms^{-2} ના પ્રવેગથી નીચે ઊતરતી હોય, તો વજનકાંટાના સ્કેલ પરનું અવલોકન (વાચન) કેટલું હશે ? (g = 10 ms^{-2})

5.18 2 kg દળના કોઈ પદાર્થનો સ્થાન-સમયનો આલેખ આકૃતિ 5.4 માં દર્શાવેલ છે. t = 0 અને t = 4 s સમયે પદાર્થ પર આઘાત કેટલો હશે ?



આકૃતિ 5.4

5.19 કારચાલક રોડ પર કારની આગળ કોઈ બાળકને જોઈ અચાનક બ્રેક મારે છે. જો તેણે સીટબેલ્ટ બાંધેલો ના હોય, તો તે આગળની તરફ નમી જાય અને તેનું માથું સ્ટિયરિંગ વ્હિલ સાથે અથડાય છે. શા માટે ?

5.20 2 kg દળના કોઈ પદાર્થનો વેગ એ સમયના વિધેય તરીકે $\boldsymbol{v}(t) = 2t\hat{i} + t^2\hat{j}$ આપેલ છે. t = 2 s સમયે પદાર્થનું વેગમાન અને તેના પર લાગતું બળ શોધો.

5.21 ખરબચડી સમક્ષિતિજ સપાટી પર રહેલા એક બ્લૉકને સમક્ષિતિજ બળ **F** વડે ખેંચવામાં આવે છે. જો ખરબચડી સપાટી વડે બ્લૉક પર લાગતું બળ $\boldsymbol{f}$ હોય, તો $\boldsymbol{f}$ વિરુદ્ધ **F** નો આલેખ દોરો.

5.22 શા માટે પોર્સિલિન (ચિનાઈ માટી)માંથી બનાવેલ વસ્તુઓને પરિવહન પહેલાં પેપર કે ઘાસ (straw)માં વીંટાળવામાં આવે છે ?

5.23 બાળક બગીચામાં કાદવવાળી જમીન પર નીચે પડે તેના કરતાં તે કઠણ સિમેન્ટવાળા ભોંયતળિયા પર નીચે પડે ત્યારે તે શા માટે વધારે પીડા અનુભવે છે ?

5.24 એક સ્ત્રી 500 g દળનો પદાર્થ 25 ms^{-1} ની ઝડપથી ફેંકે છે તો,

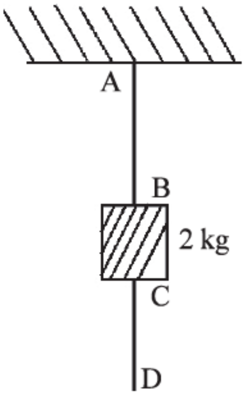
(a) પદાર્થને લગાડેલ બળનો આઘાત કેટલો હશે ?

(b) જો પદાર્થ દીવાલ પર અથડાઈ મૂળ ઝડપ કરતાં અડધી ઝડપથી પાછો ફેંકાતો હોય, તો પદાર્થના વેગમાનમાં થતો ફેરફાર કેટલો હશે ?

5.25 પર્વતીય રસ્તાઓ શા માટે સામાન્ય રીતે સીધા ઉપર તરફ બનાવવાને બદલે ઉપર તરફ વળાંકવાળા બનાવવામાં આવે છે ?

• ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો (SA)

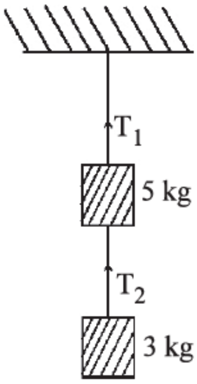
5.26 દોરી AB વડે 2 kg નું દળ લટકાવેલ છે (આકૃતિ 5.5). 2 kg દળના બીજા છેડે સમાન પ્રકારની દોરી CD બાંધેલી છે. નીચેની દોરીના છેડે ધીમે-ધીમે બળ વધારતાં-વધારતાં નીચેની દિશામાં ખેંચવામાં આવે છે. તેના લીધે દોરી AB પર પણ બળ લાગે છે, તો કઈ દોરી તૂટશે અને શા માટે ?



આકૃતિ 5.5

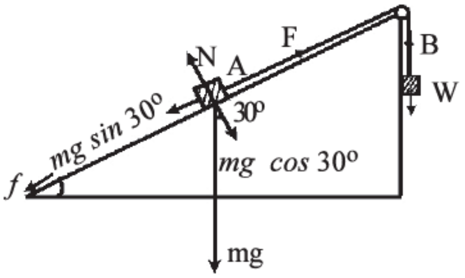
5.27 જો ઉપરના પ્રશ્નમાં નીચેની દોરીને આંચકા સાથે ખેંચવામાં આવે તો શું થાય ?

5.28 આકૃતિ 5.6 માં દર્શાવ્યા મુજબ દળરહિત અતન્ય દોરીઓની મદદથી 5 kg અને 3 kg નાં બે દળો લટકાવેલાં છે. જ્યારે સમગ્ર તંત્ર 2 ms^{-2} ના પ્રવેગથી ઉપર તરફ જાય ત્યારે T_1 અને T_2 શોધો. (g = 9.8 ms^{-2} લો.)



આકૃતિ 5.6

5.29 સમક્ષિતિજ સાથે 30° નો કોણ ધરાવતા કોઈ ઘર્ષણરહિત ઢાળની સપાટી પર 100 N વજનનો એક બ્લૉક A સ્થિર છે (આકૃતિ 5.7). A ને એક સ્થિતિસ્થાપક દોરી સાથે બાંધી દોરીને ઘર્ષણરહિત ગરગડી પરથી પસાર કરી તેના બીજા છેડે W વજનનો બ્લૉક B બાંધેલો છે. તંત્ર સંતુલનમાં રહે તે માટે જરૂરી વજન W શોધો.

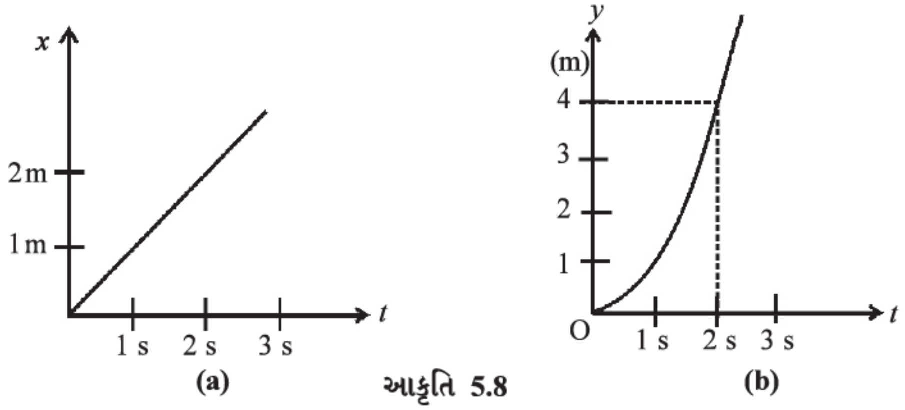


આકૃતિ 5.7

5.30 M દળના એક બ્લૉકને ખરબચડી શિરોલંબ દીવાલ પર આંગળી વડે દબાવીને સ્થિર રાખેલ છે. જો બ્લૉક અને દીવાલ વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક μ અને ગુરુત્વપ્રવેગ g હોય, તો દીવાલ સાથે બ્લૉકને સ્થિર રાખવા આંગળી વડે લગાડવું પડતું લઘુતમ બળ ગણો.

5.31 500 m ઊંચાઈના ખડક પરથી 100 kg ની તોપમાંથી 1 kg ના ગોળાને સમક્ષિતિજ છોડવામાં આવે છે. જે ખડકના તળિયાથી જમીન પર 400 m ના અંતરે પડે છે. તોપનો રિકોઇલ (recoil) વેગ શોધો ? (ગુરુત્વપ્રવેગ $g = 10\ ms^{-2}$ લો.)

5.32 આકૃતિ 5.8 માં દ્વિ-પરિમાણમાં ગતિ કરતા કણના $(x,\ t)$, $(y,\ t)$ના આલેખ દર્શાવેલ છે, જો કણનું દળ 500 g હોય, તો કણ પર લાગતા બળનું મૂલ્ય અને દિશા શોધો.



આકૃતિ 5.8

5.33 2 ms^{-2} ના પ્રવેગ સાથે ઉપર તરફ ગતિ કરતા એલિવેટરમાં કોઈ વ્યક્તિ એક સિક્કાને 20 ms^{-1} ની ઝડપથી શિરોલંબ ઉપર તરફ ઉછાળે છે, તો કેટલા સમય પછી સિક્કો તેના હાથમાં પાછો આવશે ? ($g = 10\ ms^{-2}$)

• દીર્ઘ જવાબી પ્રશ્નો (LA)

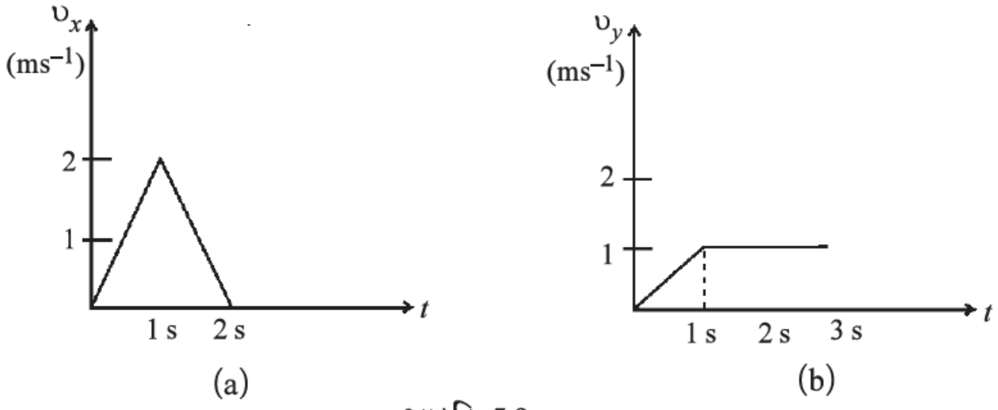
5.34 કોઈ પદાર્થ પરના બિંદુ P પર $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ અને $\mathbf{F}_3$ એમ ત્રણ બળો લાગે છે. આ બળોની અસર હેઠળ પદાર્થ નિયમિત ઝડપથી ગતિ કરે છે.

(a) દર્શાવો કે બળો સમતલીય છે.

(b) દર્શાવો કે આ ત્રણ બળોને લીધે પદાર્થના કોઈ પણ બિંદુને અનુલક્ષીને લાગતું ટૉર્ક શૂન્ય છે.

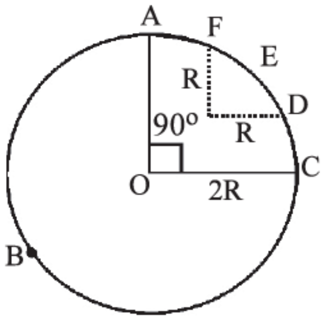
5.35 સમક્ષિતિજ સાથે 45° નો કોણ બનાવતા લીસા ઢાળ પરથી પદાર્થને સ્થિર સ્થિતિમાંથી સરકીને નીચે પહોંચતા લાગતો સમય T છે. જ્યારે તેના જેવા જ પદાર્થને સ્થિર સ્થિતિમાંથી સમાન કોણ ધરાવતા ખરબચડા ઢાળ પરથી સમાન અંતરેથી નીચે આવતાં લાગતો સમય pT છે. (જ્યાં, p કોઈ સંખ્યા છે જેનું મૂલ્ય 1 કરતાં મોટું છે) તો પદાર્થ અને ખરબચડા ઢાળ વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક શોધો.

5.36 એકમ દળના પદાર્થ માટેના (υ_x, t) અને (υ_y, t)ની રેખાકૃતિઓ આકૃતિ 5.9માં દર્શાવી છે. બળને સમયના વિધેય તરીકે મેળવો.



આકૃતિ 5.9

5.37 કોઈ રેસિંગ કાર (ઢોળાવ વિનાના) માર્ગ ABCDEFA પર મુસાફરી કરે છે (આકૃતિ 5.10). ABC એ 2R ત્રિજ્યાના વર્તુળની ચાપ છે. CD અને FA એ R લંબાઈના સુરેખ પથ છે અને DEF એ R = 100 m ત્રિજ્યાના વર્તુળની ચાપ છે. રસ્તા પરનો ઘર્ષણાંક μ = 0.1 છે. કારની મહત્તમ ઝડપ 50 ms^{-1} છે. કારને એક પરિભ્રમણ પૂરું કરવા લાગતો લઘુતમ સમય શોધો. (g = 10 ms^{-2} લો.)



આકૃતિ 5.10

5.38 m દળના કોઈ કણનો સ્થાનાંતર સદિશ નીચે મુજબ છે :

$\boldsymbol{r}(t) = \hat{i}\,A\cos\omega t + \hat{j}\,B\sin\omega t$

(a) દર્શાવો કે કણનો ગતિપથ ઉપવલય (લંબવૃત્ત) છે.

(b) દર્શાવો કે $\mathbf{F} = -m\omega^2\boldsymbol{r}$

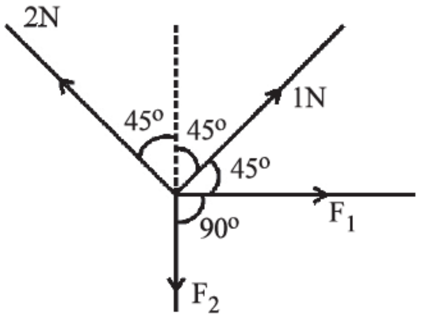
5.39 એક ક્રિકેટ બૉલર દડાને બે જુદી-જુદી રીતે ફેંકે છે.

(a) તેને માત્ર સમક્ષિતિજ વેગ આપી, અને

(b) સમક્ષિતિજ વેગ અને સાથે નીચે તરફ નાનો વેગ આપી. બંને કિસ્સાઓમાં દડાને છોડવાના સમયની ઝડપ υ_s સમાન છે અને દડાને જમીનની સપાટીથી સમાન H ઊંચાઈએથી ફેંકવામાં આવે છે. જ્યારે દડો જમીન સાથે અથડાય ત્યારે કયા કિસ્સામાં દડાની ઝડપ વધારે હશે ?

(હવાના અવરોધને અવગણો.)

5.40 આકૃતિ 5.11માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે બિંદુ P પર દોરીઓ વડે ચાર બળો લગાડવામાં આવ્યાં છે. બિંદુ P સ્થિર છે, તો F_1 અને F_2 બળો શોધો.



આકૃતિ 5.11

5.41 ખરબચડી ઢળતી સપાટી પર એક લંબચોરસ બૉક્સ રહેલું છે. બૉક્સ અને સપાટી વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક μ છે. બૉક્સનું દળ m લો.

(a) સમક્ષિતિજ સાથે ઢોળાવના કયા કોણ θ એ બૉક્સ-સપાટી પરથી નીચે તરફ just સરકવાનું શરૂ કરશે ?

(b) જો ઢાળની સપાટીનો કોણ વધારીને $\alpha > \theta$ કરીએ, તો બૉક્સ પર સમતલ પર નીચે તરફ લાગતું બળ કેટલું હશે ?

(c) બૉક્સ સ્થિર રહે અથવા just ઉપર તરફ નિયમિત ઝડપથી ગતિ કરે તે માટે ઢાળની સપાટીને સમાંતર ઉપર તરફ લગાડવું પડતું જરૂરી બળ કેટલું હશે ?

(d) બૉક્સને a જેટલા પ્રવેગથી સપાટી પર ઉપર તરફ ગતિ કરાવવા ઢાળની સપાટીને સમાંતર કેટલું બળ જરૂરી છે ?

5.42 2000 kg દળનું કોઈ હેલિકૉપ્ટર 15 ms^{-2} ના શિરોલંબ પ્રવેગ સાથે ઉપર ચઢે છે. મુસાફરો અને તેના ચાલકનું દળ 500 kg છે. નીચેના કિસ્સાઓમાં મૂલ્યો અને દિશા દર્શાવો. (g = 10 ms^{-2} લો.)

(a) ચાલક અને મુસાફર દ્વારા હેલિકૉપ્ટરના તળિયા પર લાગતું બળ

(b) હેલિકૉપ્ટરના રોટર દ્વારા આજુબાજુની હવા પર લાગતું બળ

(c) આજુબાજુની હવાને લીધે હેલિકૉપ્ટર પર લાગતું બળ

પ્રકરણ 6

કાર્ય, ઊર્જા અને પાવર

• બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (MCQ I)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક જ વિકલ્પ સાચો છે :

6.1 ઇલેક્ટ્રૉન અને પ્રોટોન પારસ્પરિક બળોની અસર હેઠળ ગતિ કરે છે. ગતિ દરમિયાન તંત્રની ગતિઊર્જામાં થતા ફેરફારની ગણતરીમાં, એકનું બીજા પરનું ચુંબકીય બળ અવગણીએ છીએ. આ માટેનું કારણ,

(a) બે ચુંબકીય બળો સમાન મૂલ્યના અને વિરુદ્ધ હોવાથી તેઓ પરિણામી (net) અસર ઉત્પન્ન કરતા નથી.

(b) ચુંબકીય બળ કોઈ પણ કણ પર કંઈ જ કાર્ય કરતા નથી.

(c) ચુંબકીય બળ દરેક કણ પર સમાન અને વિરુદ્ધ (પરંતુ શૂન્યેતર) કાર્ય કરે છે.

(d) ચુંબકીય બળ અનિવાર્યપણે અવગણ્ય હોય છે.

6.2 એક પ્રોટોનને સ્થિર રાખેલ છે. તેના ક્ષેત્રમાં એક ધન વિદ્યુતભારિત કણને d અંતરેથી સ્થિર સ્થિતિમાંથી મુક્ત કરવામાં આવે છે. બે પ્રયોગો ધ્યાનમાં લો, જેમાંના એકમાં વિદ્યુતભારિત કણ એ પ્રોટોન જ છે અને બીજામાં તે ધન વિદ્યુતભારિત કણ પોઝિટ્રોન છે. સમાન સમય t માં, ગતિ કરતા બે વિદ્યુતભારિત કણ પર થતું કાર્ય ....

(a) બંને પ્રયોગોમાં બળના સમાન નિયમો સામેલ હોવાથી સમાન જ હશે.

(b) પોઝિટ્રોનના કિસ્સામાં ઓછું હશે, કારણ કે પોઝિટ્રોન ખૂબ જ ઝડપથી દૂર જશે અને તેના પરનું બળ નબળું પડતું જશે.

(c) પોઝિટ્રોનના કિસ્સામાં વધુ હશે, કારણ કે પોઝિટ્રોન ખૂબ જ મોટા અંતરે ગતિ કરી જાય છે.

(d) વિદ્યુતભારિત કણ દ્વારા સ્થિર પ્રોટોન પર થતા કાર્ય જેટલું સમાન હશે.

6.3 જમીન પર ઉભડક બેઠેલો માણસ સીધો ઊભો થાય છે અને ઊભો રહે છે. આ પ્રક્રિયા દરમિયાન માણસ ઉપર જમીનનું પ્રતિક્રિયા બળ ....

(a) અચળ અને mg જેટલા મૂલ્યનું

(b) અચળ અને mg કરતાં વધારે મૂલ્યનું

(c) બદલાતું પરંતુ હંમેશાં mg કરતાં મોટું

(d) પ્રારંભમાં mg કરતાં મોટું અને પછી mg જેટલું થશે.

6.4 એક સાઇકલસવાર 10 m અંતર કાપી એકાએક ઊભો રહે છે. આ પ્રક્રિયા દરમિયાન, રોડ દ્વારા સાઇકલ પર 200 N મૂલ્યનું અને ગતિનો વિરોધ કરતું સમપ્રમાણ બળ લાગે છે. સાઇકલ દ્વારા રોડ (રસ્તા) પર થતું કાર્ય.

(a) + 2000 J (b) – 200 J

(c) શૂન્ય (d) – 20000 J

6.5 શૂન્યાવકાશમાં એકલા ગુરુત્વાકર્ષણની અસર હેઠળ એક પદાર્થ મુક્ત પતન કરી રહ્યો છે. આ પતન દરમિયાન નીચેનામાંથી કઈ રાશિ અચળ જળવાઈ રહેશે ?

(a) ગતિઊર્જા (b) સ્થિતિઊર્જા

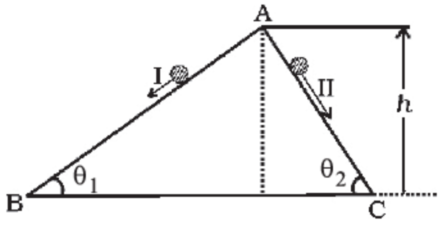
(c) કુલ યાંત્રિકઊર્જા (d) કુલ રેખીય વેગમાન

6.6 બે પદાર્થો વચ્ચેના અસ્થિતિસ્થાપક સંઘાતમાં, નીચેનામાંથી કઈ રાશિ હંમેશાં સંરક્ષણ પામે છે ?

(a) કુલ ગતિઊર્જા (b) કુલ યાંત્રિકઊર્જા

(c) કુલ રેખીય વેગમાન (d) દરેક પદાર્થની ઝડપ

6.7 એક સીધા ઢોળાવવાળી અને બીજી ઓછા ઢોળાવવાળી બે ઘર્ષણરહિત સપાટીઓ A બિંદુ પાસે ભેગી મળે છે, ત્યાંથી બે પથ્થર સ્થિર સ્થિતિમાં સરકાવવામાં આવે છે, જેમનો ગતિપથ આકૃતિ 6.1માં દર્શાવેલ છે. નીચેનામાંથી કયું વિધાન સાચું છે ?



આકૃતિ 6.1

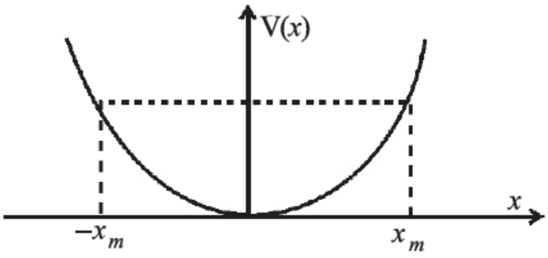
(a) બંને પથ્થર તળિયે સમાન સમયમાં પહોંચશે. પરંતુ સમાન ઝડપ હશે નહિ.

(b) બંને પથ્થર સમાન ઝડપથી તળિયે પહોંચશે અને પથ્થર I એ પથ્થર II કરતાં પહેલાં પહોંચશે.

(c) બંને પથ્થર સમાન ઝડપથી તળિયે પહોંચશે અને પથ્થર II એ પથ્થર I કરતાં પહેલાં પહોંચશે.

(d) બંને પથ્થર અસમાન સમયમાં અને અસમાન ઝડપથી તળિયે પહોંચશે.

6.8 સુરેખ સરળ આવર્તગતિ કરતા કણ માટે સ્થિતિઊર્જાનું વિધેય $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$ વડે આપી શકાય છે. જ્યાં k એ દોલકનો બળ-અચળાંક છે (આકૃતિ 6.2). k = 0.5 N/m માટે, $V(x)$ વિરુદ્ધ x નો આલેખ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. કુલ ઊર્જા E ધરાવતો કણ જ્યારે $x = \pm x_m$ પાસે પહોંચીને પાછો ફરે છે. જો V અને K એ $x = +x_m$ પાસે કણની અનુક્રમે સ્થિતિઊર્જા અને ગતિઊર્જા દર્શાવે, તો નીચેનામાંથી કયું સાચું છે ?



આકૃતિ 6.2

(a) V = 0, K = E

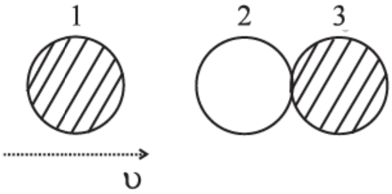
(b) V = E, K = 0

(c) V < E, K = 0

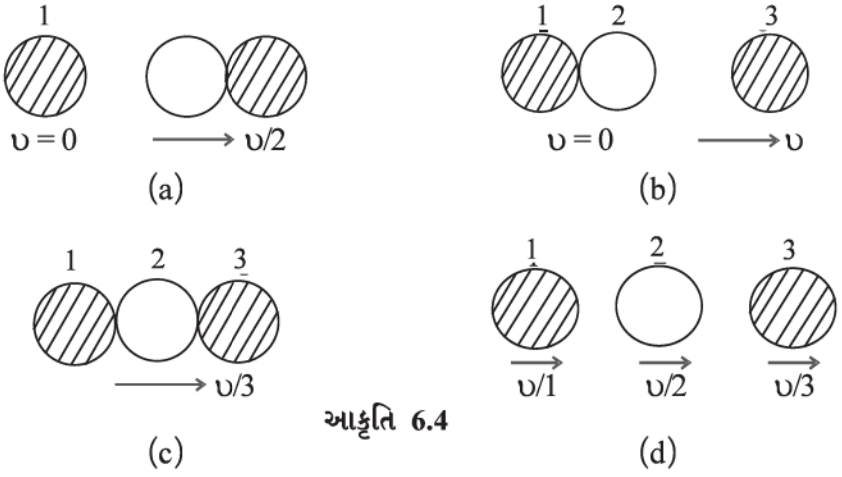
(d) V = 0, K < E

6.9 સમાન પ્રકારની બે બૉલબેરિંગ એકબીજાના સંપર્કમાં અને ઘર્ષણરહિત ટેબલ પર સ્થિર છે અને આકૃતિ 6.3માં દર્શાવ્યા અનુસાર સમાન દ્રવ્યમાન ધરાવતી υ જેટલી પ્રારંભિક ઝડપ ધરાવતી અન્ય બૉલબેરિંગ સાથે સન્મુખ સંઘાત (Head on collission) અનુભવે છે.

જો સંઘાત સ્થિતિસ્થાપક હોય, તો આકૃતિ 6.4માં દર્શાવેલ કયું પરિણામ સંઘાત બાદ શક્ય બનશે ?



આકૃતિ 6.3



આકૃતિ 6.4

6.10 0.5 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતો પદાર્થ સુરેખ પથ પર $\upsilon = ax^{3/2}$ વેગ સાથે ગતિ કરે છે. જ્યાં $a = 5m^{-1/2}\,s^{-1}$. તેનું સ્થાનાંતર $x = 0$ થી $x = 2$ m થાય તે દરમિયાન પરિણામી બળ વડે થતું કાર્ય.

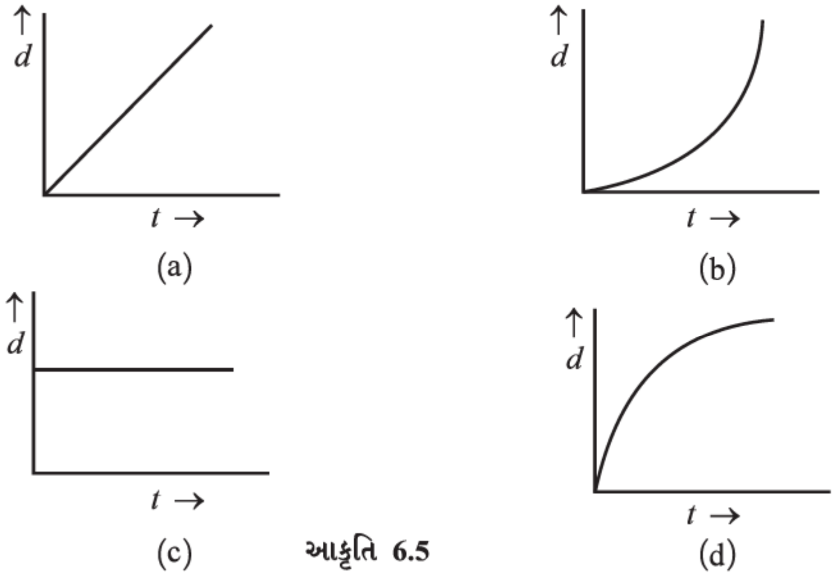
(a) 0.5 J

(b) 50 J

(c) 10 J

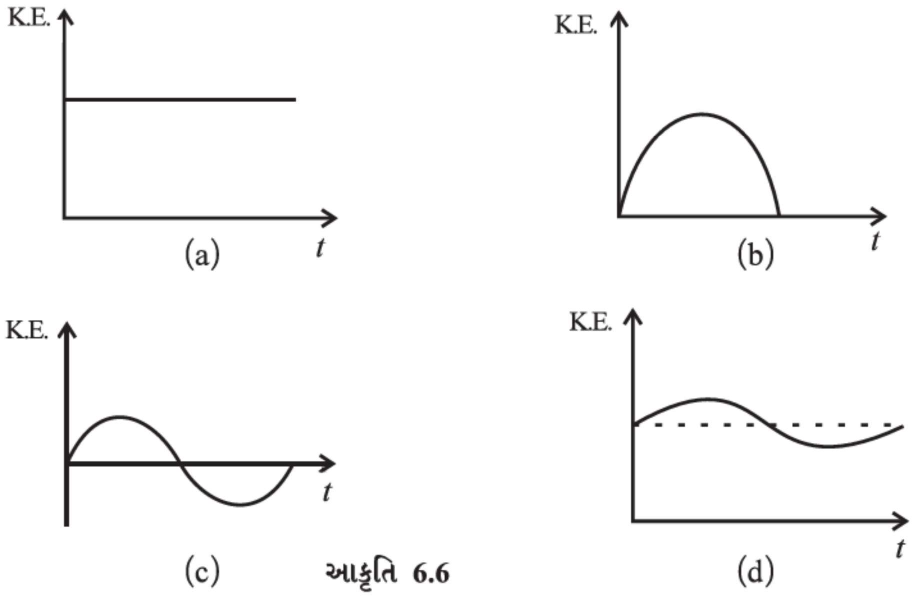
(d) 100 J

6.11 એક પદાર્થ અચળ પાવર પૂરો પાડતા ઊર્જાના સ્રોતની અસર હેઠળ એક જ દિશામાં ગતિ કરે છે. આકૃતિ 6.5માં દર્શાવેલ કઈ રેખાકૃતિ (આકૃતિ) આ ગતિ માટે સ્થાનાંતર – સમયનો સાચો વક્ર દર્શાવે છે ?



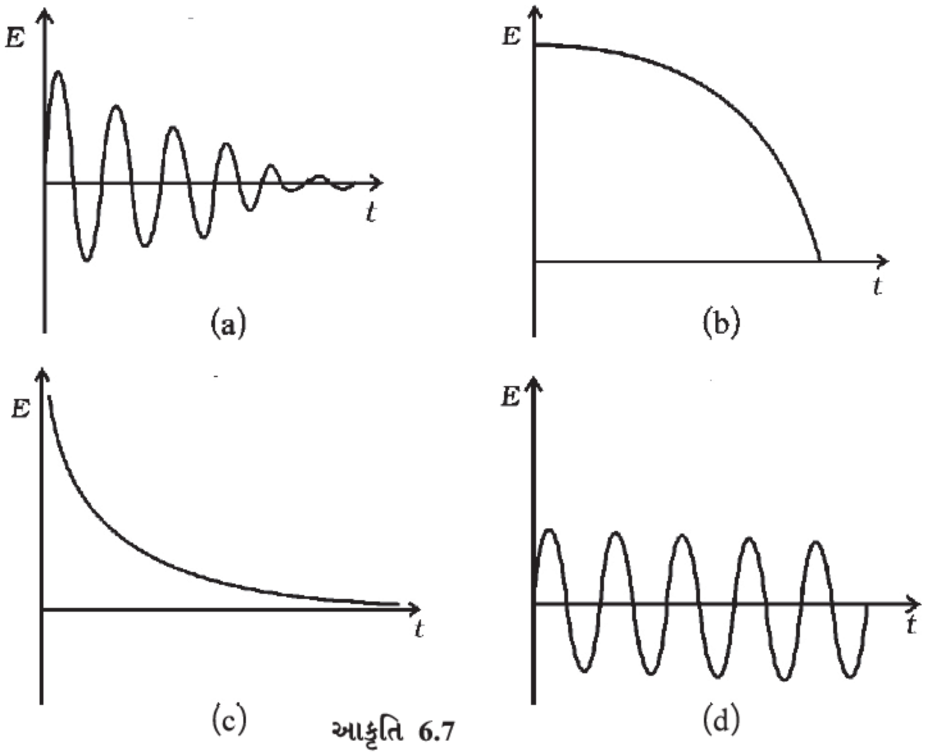
આકૃતિ 6.5

6.12 સૂર્યની આસપાસની ઉપવલયાકાર કક્ષામાં એક પરિભ્રમણ દરમિયાન પૃથ્વીની ગતિઊર્જામાં થતા ફેરફારની આકૃતિ 6.6માં કઈ રેખાકૃતિ સૌથી વધારે નજીકની છે ?



આકૃતિ 6.6

6.13 હવામાં દોલિત થતા લોલકની સમયના વિધેય તરીકે રજૂ થતી કુલ યાંત્રિકઊર્જામાં થતા ફેરફારને આકૃતિ 6.7માં દર્શાવેલ કઈ રેખાકૃતિ (આકૃતિ) રજૂ કરે છે ?



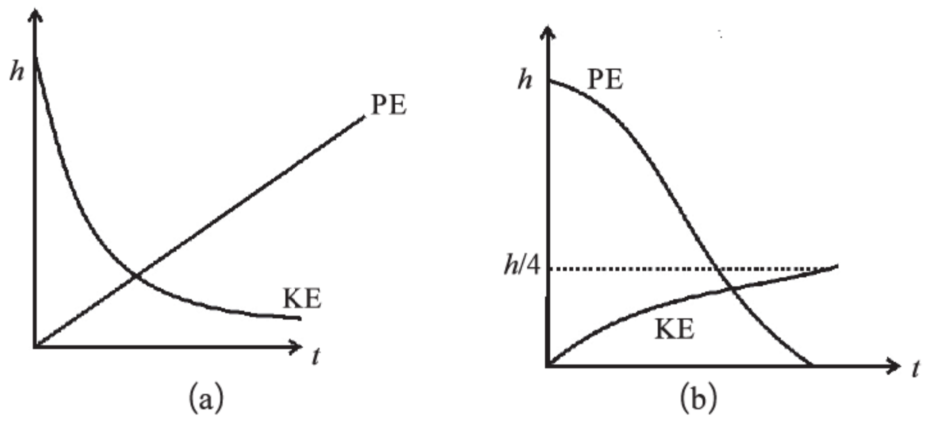
આકૃતિ 6.7

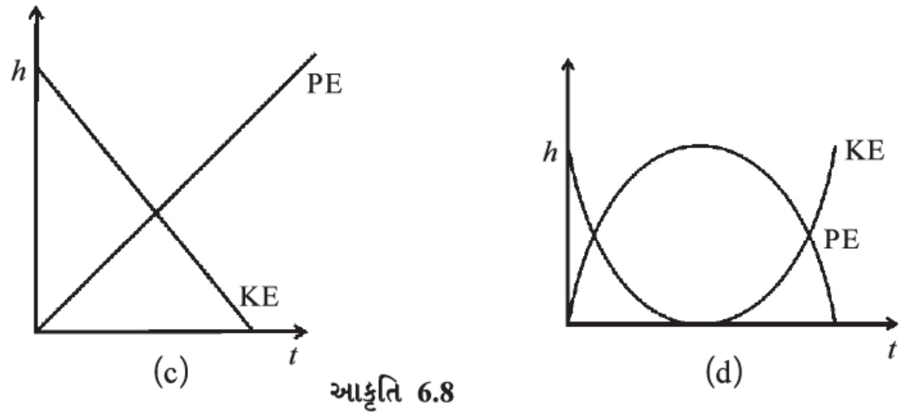
6.14 5 kg દ્રવ્યમાન, 1 m ત્રિજ્યાના વર્તુળમય પથ પર ગતિ કરે છે. જો દ્રવ્યમાન 300 પરિભ્રમણ પ્રતિ મિનિટ સાથે ગતિ કરે, તો તેની ગતિઊર્જા .... છે.

(a) $250\ \pi^2$ (b) $100\ \pi^2$

(c) $5\ \pi^2$ (d) 0

6.15 વરસાદનું એક ટીપું જમીનથી h ઊંચાઈએથી પડી રહ્યું છે. તે જ્યારે $\left(\frac{3}{4}\right)h$ ઊંચાઈએ પહોંચે ત્યારે અંતિમ વેગની નજીકનું મૂલ્ય મેળવે છે. આકૃતિ 6.8માં દર્શાવેલ રેખાકૃતિ (આકૃતિ)માંથી કઈ રેખાકૃતિ ટીપું જ્યારે જમીન સુધી પહોંચે ત્યારે તેની ગતિઊર્જા અને સ્થિતિઊર્જામાં થતા ફેરફારોને સાચી રીતે દર્શાવે છે ?





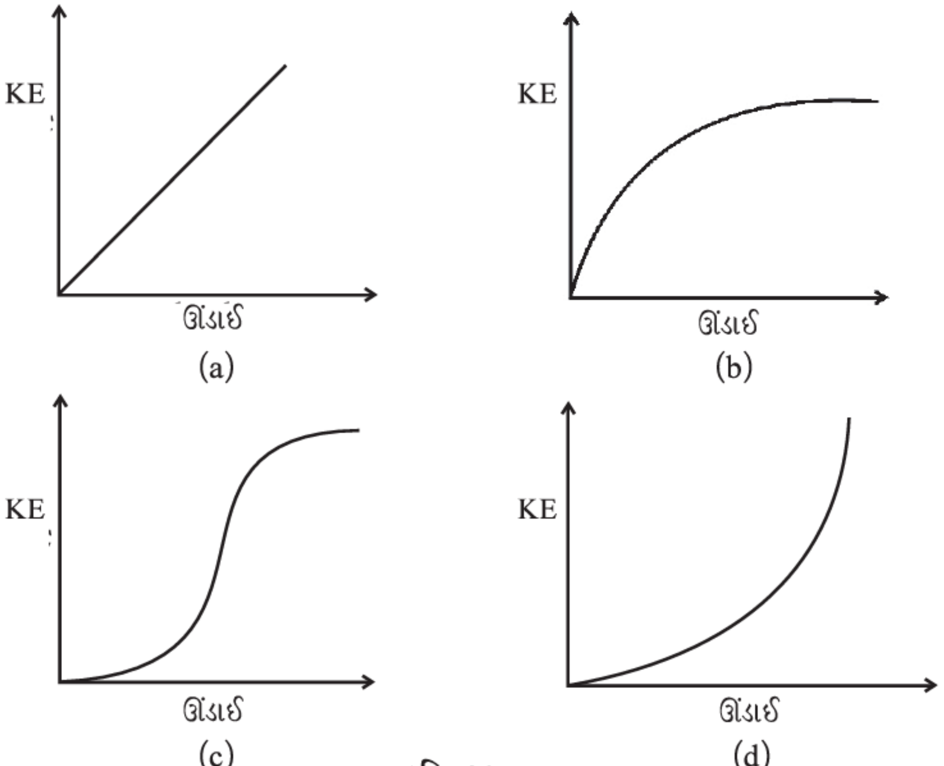
આકૃતિ 6.8

6.16 શોટપુટની એક રમતમાં રમતવીર 10 kg દ્રવ્યમાનવાળા શોટપુટને જમીનથી 1.5 m ઊંચે રહીને 1 ms^{-1} ની પ્રારંભિક ઝડપથી 45° ના ખૂણે ફેંકે છે. હવાનો અવરોધ અવગણ્ય અને ગુરુત્વાકર્ષણને લીધે પ્રવેગ (ગુરુત્વપ્રવેગ) 10 ms^{-2} સ્વીકારીએ, તો જ્યારે શોટપુટ જમીન પર just પહોંચે ત્યારે તેની ગતિઊર્જા ....

(a) 2.5 J (b) 5.0 J

(c) 52.5 J (d) 155.0 J

6.17 આકૃતિ 6.9માંથી કઈ રેખાકૃતિ અંતિમ વેગ પ્રાપ્ત કરી શકે તેટલી જરૂરી ઊંડાઈ ધરાવતા સરોવરમાં મુક્ત પતન કરતા લોખંડના ગોળાની ગતિઊર્જામાં થતા ફેરફારને યોગ્ય રીતે (સચોટ રીતે) દર્શાવે છે ?



આકૃતિ 6.9

6.18 150 g દ્રવ્યમાન ધરાવતો ક્રિકેટનો એક દડો 126 km/*h* ની ઝડપથી, બૅટ્સમૅન દ્વારા યોગ્ય રીતે પકડાયેલ હોય તેવી સ્થિતિમાં, બૅટના મધ્યમાં અથડાય છે. દડો બૅટને અથડાયા બાદ બૉલર તરફ સીધી રેખામાં પાછો ફેંકાય છે. જો બૅટ અને દડા વચ્ચેની અથડામણ સંપૂર્ણ સ્થિતિસ્થાપક ધારીએ અને તે બંને 0.001 s માટે સંપર્કમાં રહ્યા હોય, તો બૅટ્સમૅન દ્વારા બૅટને તેના સ્થાને યોગ્ય રીતે પકડી રાખવા લગાડેલું બળ ....

(a) 10.5 N (b) 21 N

(c) 1.05×10^4 N (d) 2.1×10^4 N

• બહુવિકલ્પ પ્રશ્નો (MCQ II)

નીચેના પ્રશ્નોમાં એક અથવા એક કરતાં વધુ વિકલ્પ સાચા હોઈ શકે છે :

6.19 *m* દ્રવ્યમાનવાળો એક માણસ L લંબાઈની સીડીના તળિયે ઊભો છે અને તે ચઢીને તેની ટોચે ઊભો રહે છે.

(a) માણસ ઉપર બધાં બળોને લીધે થતું કાર્ય એ સ્થિતિઊર્જાના વધારા *mg*L જેટલું હોય છે.

(b) માણસ ઉપર બધાં બળોને લીધે થતું કાર્ય શૂન્ય છે.

(c) માણસ ઉપર ગુરુત્વાકર્ષણ બળને લીધે થતું કાર્ય *mg*L છે.

(d) પગથિયાનું ક્રિયાગત બળ કોઈ કાર્ય કરતું નથી, કારણ કે જ્યારે બળ લાગે છે ત્યારે બળ લાગવાનું બિંદુ ખસતું નથી.

6.20 *m* દ્રવ્યમાન ધરાવતી બુલિટને સમક્ષિતિજ સાથે 30° ના ખૂણે છોડવામાં આવે છે ત્યારે તે બંદૂકના નાળચામાંથી υ જેટલી ઝડપ સાથે છૂટે છે. આ બુલિટ જ્યારે નીચેની દિશામાં ગતિ કરતી હોય, ત્યારે જમીનથી *h* ઊંચાઈએ રાખેલા એક મૃદુ નિશાન સાથે અથડાય છે અને નિશાનને અથડાયા પહેલાંની ગતિઊર્જા કરતાં અડધી ગતિઊર્જા સાથે (નિશાનમાંથી) બહાર નીકળે છે.

નિશાનમાંથી બહાર આવ્યા બાદની બુલિટના અનુસંધાનમાં નીચેનાંમાંથી કયાં વિધાનો સત્ય છે :

(a) બુલિટની ઝડપ તેની પ્રારંભિક ઝડપના મૂલ્ય કરતાં અડધા સુધી ઘટી હશે.

(b) બુલિટની ઝડપ તેની અગાઉની ઝડપના અડધા કરતાં વધારે હશે.

(c) બુલિટ તેના સમાન પરવલયાકાર માર્ગ પર ગતિ ચાલુ રાખશે.

(d) બુલિટ બદલાયેલા પરવલયાકાર માર્ગ પર ગતિ કરશે.

(e) બુલિટ નિશાનને અથડાયા બાદ શિરોલંબ અધોદિશામાં પડશે.

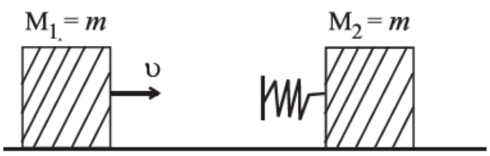
(f) નિશાનના કણોની આંતરિક ઊર્જામાં વધારો થશે.

6.21 ઘર્ષણરહિત સપાટી પર સમાન દ્રવ્યમાન ધરાવતા બે બ્લૉક M_1 અને M_2 ગતિ કરવા મુક્ત છે. આકૃતિ 6.10માં દર્શાવ્યા અનુસાર M_2 ને દ્રવ્યમાનરહિત સ્પ્રિંગ સાથે જોડેલ છે. શરૂઆતમાં M_2 સ્થિર છે અને M_1 એ υ ઝડપથી M_2 તરફની દિશામાં ગતિ કરે છે તથા M_2 સાથે સન્મુખ (head-on) અથડામણ કરે છે.

(a) જ્યારે સ્પ્રિંગ સંપૂર્ણ દબાયેલી હશે ત્યારે M_1 ની બધી જ ગતિઊર્જા (KE), સ્પ્રિંગની સ્થિતિઊર્જા (PE)માં સંગ્રહ પામશે.

(b) જ્યારે સ્પ્રિંગ સંપૂર્ણ દબાયેલી હશે ત્યારે તંત્રનું વેગમાન સંરક્ષણ પામ્યું નહિ હોય, પરંતુ અંતિમ વેગમાન એ પ્રારંભિક વેગમાન જેટલું હશે.

(c) જો સ્પ્રિંગ દ્રવ્યમાન વગરની હશે તો M_1 ની અંતિમ સ્થિતિ એ સ્થિર સ્થિતિ હશે.



આકૃતિ 6.10

(d) જે સપાટી પર બ્લૉક ગતિ કરી રહ્યા છે. તે ઘર્ષણ ધરાવતી હશે, તો અથડામણ સ્થિતિસ્થાપક નહિ હોય.

• અતિટૂંક જવાબી પ્રશ્નો (VSA)

6.22 સમક્ષિતિજ સપાટી પર અચળ ઝડપથી ગતિ કરતા એક ગાડામાં એક ખરબચડી ઢોળાવવાળી સપાટી (સમતલ) મૂકેલ છે. M દળનો એક બ્લૉક આ ઢોળાવવાળી સપાટી પર સ્થિર છે. બ્લૉક અને ત્રાંસી સપાટી વચ્ચેના ઘર્ષણબળ વડે કોઈ કાર્ય થશે ? શું ત્યારે ઊર્જાનું વિખેરણ થશે ?

6.23 લિફ્ટ જ્યારે નીચે તરફ આવતી હોય, ત્યારે વિદ્યુતપાવર શા માટે જરૂરી છે ? આ કિસ્સામાં શા માટે મુસાફરો (માણસો)ની સંખ્યા મર્યાદિત હોવી જોઈએ ?

6.24 પદાર્થને પૃથ્વીની સપાટી પરથી h ઊંચાઈ સુધી લઈ જવામાં આવે છે.

(a) લાગુ પાડેલ બળ દ્વારા,

(b) ગુરુત્વાકર્ષણ બળ દ્વારા, થતા કાર્યની નિશાની શું હશે ?

6.25 સુરેખ સમક્ષિતિજ રસ્તા પર ગતિ કરતી કાર દ્વારા ગુરુત્વાકર્ષણ બળને લીધે થતા કાર્યની ગણતરી કરો. કારનું દ્રવ્યમાન 400 kg અને તેણે કાપેલ અંતર 2 m છે.

6.26 એક પદાર્થ હવાની હાજરીમાં પૃથ્વી તરફ પડે છે. શું આ પતન દરમિયાન તેની કુલ યાંત્રિકઊર્જાનું સંરક્ષણ થશે ? યોગ્ય સમર્થન આપો.

6.27 એક પદાર્થ બંધ માર્ગ પર ગતિ કરે છે. શું પદાર્થની આ ગતિમાં થતું કાર્ય અવશ્યપણે શૂન્ય હશે ? જો ના, તો બંધ માર્ગ પર થતું કાર્ય હંમેશાં શૂન્ય હોય, તે શરતો જણાવો.

6.28 બિલિયર્ડના બે દડાની સ્થિતિસ્થાપક સંઘાતમાં, દડાની ટૂંકા સમયગાળાની અથડામણમાં (એટલે કે તેઓ સંપર્કમાં હોય ત્યારે) નીચેનામાંથી કઈ રાશિઓ સંરક્ષી રહેશે.

(a) ગતિઊર્જા

(b) કુલ રેખીય વેગમાન

દરેક કિસ્સામાં તમારા જવાબ માટે કારણ આપો.

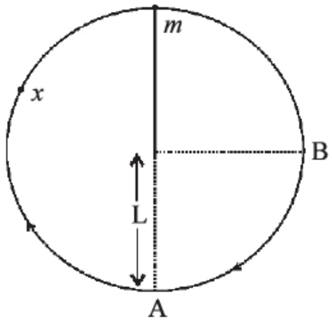
6.29 ક્રેનના પાવરની વૉટમાં ગણતરી કરો કે, જે 100 kg ના દ્રવ્યમાનને 10 m ની ઊંચાઈ પર 20 s માં ઊંચકે છે.

6.30 માણસનું હૃદય જ્યારે એક વખત ધબકે છે ત્યારે સરેરાશ 0.5 J કાર્ય થાય છે. જો એક મિનિટમાં તે 72 વખત ધબકે તો હૃદય દ્વારા વપરાતો પાવર ગણો.

6.31 એવી પરિસ્થિતિનું ઉદાહરણ આપો કે જેમાં આપેલ બળ, ગતિઊર્જાના ફેરફારમાં ન પરિણમે.

6.32 બે અસમાન દળના પદાર્થો એક જ દિશામાં સમાન ગતિઊર્જા સાથે ગતિ કરે છે. સમાન મૂલ્યના ગતિરોધક બળ (retarding force) લગાડીને તે બંને પદાર્થને સ્થિર સ્થિતિમાં લાવવામાં આવે છે. સ્થિર સ્થિતિમાં આવતાં પહેલાં તેમણે કાપેલા અંતરની સરખામણી કેવી રીતે કરી શકાય ?

6.33 m દ્રવ્યમાન ધરાવતો એક ગોળો L લંબાઈની હલકી દોરીથી લટકાવીને આકૃતિ 6.11માં દર્શાવ્યા અનુસાર ઊર્ધ્વ વર્તુળાકાર પથ પર ઝડપથી ગતિ કરે છે. જો દોરી



આકૃતિ 6.11

(a) બિંદુ B

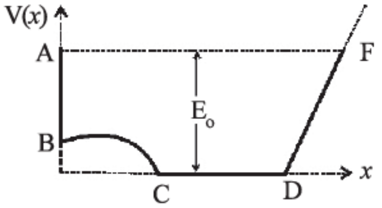
(b) બિંદુ C

(c) બિંદુ x

પાસેથી કપાઈ જાય, તો કણનો ગતિપથ કેવો હશે ?

• ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો (SA)

6.34 આકૃતિ 6.12માં સ્થિતિઊર્જા V(x) વિરુદ્ધ x નો આલેખ દર્શાવેલ છે. E_0 ઊર્જા ધરાવતો કણ તેમાં ગતિ કરે છે. એક પૂર્ણ ચક્ર AFA માટે વેગ અને ગતિઊર્જા વિરુદ્ધ x નો આલેખ દોરો.



આકૃતિ 6.12

6.35 $2\upsilon_0$ ઝડપ સાથે ગતિ કરતો m દ્રવ્યમાનવાળો એક દડો, સમાન એવા સ્થિર દડા સાથે અસ્થિતિસ્થાપક ($e > 0$) સંઘાત અનુભવે છે. દર્શાવો કે,

(a) સન્મુખ (head-on) સંઘાત માટે, બંને દડા આગળ ગતિ કરશે.

(b) સામાન્ય સંઘાત માટે, પ્રકેરિત દડાઓના બે વેગ વચ્ચેનો ખૂણો 90° કરતાં નાનો હશે.

6.36 કુલ ઊર્જા E સાથે એક કણની એક પારિમાણિક ગતિ વિચારો. તેમાં રહેલા ચાર વિસ્તારો A, B, C અને D માં સ્થિતિઊર્જા V, ગતિઊર્જા K અને કુલ ઊર્જા E ના સંબંધો નીચે મુજબ છે :

વિસ્તાર A : V > E, વિસ્તાર B : V < E

વિસ્તાર C : K > E, વિસ્તાર D : V > K

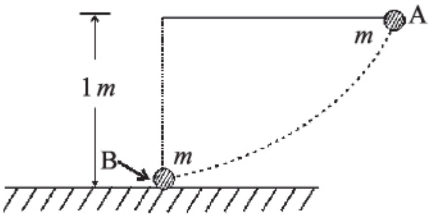
દરેક કિસ્સામાં આપેલા વિસ્તારમાં કણ હશે કે નહિ તે કારણ સહિત જણાવો.

6.37 લોલકના ગોળા A ને સમક્ષિતિજ દિશામાંથી ઊર્ધ્વદિશામાં છોડવામાં આવતાં આકૃતિ 6.13માં દર્શાવ્યા મુજબ ટેબલ પર સ્થિર રહેલા સમાન દળના ગોળા B સાથે અથડાય છે. જો લોલકની લંબાઈ 1 m હોય, તો

(a) અથડામણ પછી ગોળા A એ પ્રાપ્ત કરેલ ઊંચાઈ

(b) ગોળો B કેટલી ઝડપ સાથે ગતિ કરશે તે ગણો.

ગોળાના પરિમાણને અવગણો અને અથડામણને સ્થિતિસ્થાપક ધારો.



આકૃતિ 6.13

6.38 1.00 g દળનું વરસાદનું ટીપું 1 km ઊંચાઈએથી જમીન પર 50 ms^{-1} ની ઝડપ સાથે અથડાય છે.

(a) ટીપાંએ ગુમાવેલ સ્થિતિઊર્જા (P.E.) ગણો.

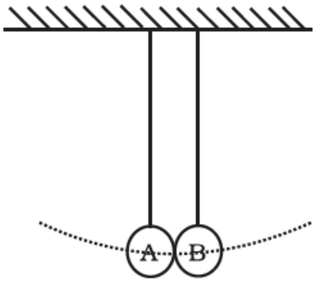
(b) ટીપાંએ મેળવેલ ગતિઊર્જા (K.E.) ગણો.

(c) શું ગતિઊર્જા (K.E.)માં થતો વધારો એ સ્થિતિઊર્જા (P.E.)માં થતા ઘટાડા જેટલો જ હશે ? જો ના, તો શા માટે ? g = 10 ms^{-2} લો.

6.39 સમાન પ્રકારના ગોળા અને લંબાઈ ધરાવતા બે લોલકને એક જ આધાર પરથી એવી રીતે લટકાવ્યા છે કે, જેથી સ્થિર સ્થિતિમાં બે ગોળાઓ સંપર્કમાં રહે (આકૃતિ 6.14). ગોળાઓથી એક ગોળાને 10° જેટલું સ્થાનાંતર આપી છોડી દેતાં તે બીજા ગોળા સાથે સ્થિતિસ્થાપકીય સન્મુખ (head-on) સંઘાત અનુભવે છે.

(a) બે ગોળાઓની ગતિનું વર્ણન કરો.

(b) બેમાંથી એક લોલક માટે ઊર્જામાં $0 \le t \le 2T$ માટે સમય સાથે થતા ફેરફાર દર્શાવતો આલેખ દોરો. જ્યાં, T એ દરેક લોલક માટે આવર્તકાળ છે.



આકૃતિ 6.14

6.40 વરસાદનાં ટીપાંનું સરેરાશ દળ 3.0×10^{-5} kg અને તેમનો સરેરાશ અંતિમવેગ 9 ms^{-1} ધારો. એક વર્ષમાં 100 cm વરસાદ પડતો હોય તેવા સ્થળે દરેક ચોરસ મીટર સપાટી પર વરસાદ દ્વારા રૂપાંતરિત ઊર્જાની ગણતરી કરો.

6.41 એક એન્જિનને 1.5 m લંબાઈ ધરાવતા પ્રઘાત શોષક (shock absorber) દ્વારા ડબા (વેગન) સાથે જોડવામાં આવે છે. તંત્ર સહિતનું કુલ દ્રવ્યમાન 50,000 kg, 36 kmh^{-1} ની ઝડપથી ગતિ કરતું હોય ત્યારે તેને સ્થિર કરવા માટે બ્રેક લગાડવામાં આવે છે. તંત્રને સ્થિર સ્થિતિમાં લાવવાની આ પ્રક્રિયામાં, શૉક ઍબ્સોર્બરની સ્પ્રિંગ 1.0 m દબાય છે. જો ઘર્ષણને લીધે 90 % ઊર્જા ગુમાવાતી હોય, તો સ્પ્રિંગ અચળાંક ગણો.

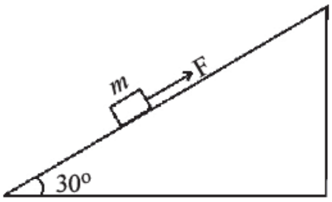
6.42 600 N વજન ધરાવતી પુખ્ત વ્યક્તિ જોગિંગ દરમિયાન 1 m ના દરેક સ્ટૅપ (પગલાં) લે છે ત્યારે તેના શરીરનું ગુરુત્વકેન્દ્ર 0.25 m ઊંચે ચઢે છે. જો તે 6 km સુધી જોગિંગ કરે, તો તેના આ જોગિંગ દરમિયાન જમીન અને હવાના ઘર્ષણમાં ઊર્જાનો વ્યય ન થતો હોય તેવું ધારતાં, તેણે ઉપયોગમાં લીધેલી ઊર્જાની ગણતરી કરો. પુખ્ત વ્યક્તિનું શરીર લીધેલ ખોરાકમાંથી 10 ટકાનું ઊર્જામાં રૂપાંતર કરે છે તેવું ધારીને, જોગિંગ

દરમિયાન ઉપયોગમાં લીધેલી ઊર્જાની જરૂરી ભરપાઈ કરવા ખોરાકની ઊર્જા સમતુલ્યતાની ગણતરી કરો.

6.43 એક લિટર પેટ્રોલનું સંપૂર્ણ દહન 3×10^7 J જેટલી સમતુલ્ય ઉષ્માઊર્જા આપે છે. ડ્રાઈવરના દ્રવ્યમાન સહિત 1200 kg વજનવાળી કારના ટેસ્ટ-ડ્રાઈવ દરમિયાન સુરેખ માર્ગ પર અચળ ઝડપવાળી ગતિ સાથે 15 km પ્રતિ લિટર દોડે છે. રોડની સપાટી અને હવા દ્વારા લાગુ પડતું ઘર્ષણ અચળ ધારીને જો કારના એન્જિનની કાર્યક્ષમતા 0.5 હોય, તો ટેસ્ટ-ડ્રાઈવ દરમિયાન કાર પર લાગતા ઘર્ષણ બળની ગણતરી કરો.

• દીર્ઘ જવાબી પ્રશ્નો (LA)

6.44 સમક્ષિતિજ સાથે 30° ના ખૂણે રાખેલ એક ઢોળાવવાળી સપાટી પર 1 kg દ્રવ્યમાન ધરાવતા બ્લૉકને, ઢોળાવવાળી સપાટીને સમાંતર લાગુ પાડેલ 10 N બળ વડે ઉપર તરફ ધકેલવામાં આવે છે (આકૃતિ 6.15). બ્લૉક અને ઢોળાવવાળી સપાટી વચ્ચેનો ઘર્ષણાંક 0.1 છે. જો બ્લૉકને ઢોળાવવાળી સપાટી પર 10 m ખસેડવામાં આવે તો,



આકૃતિ 6.15

(a) ગુરુત્વાકર્ષણ બળ વિરુદ્ધ કરવું પડતું કાર્ય.

(b) ઘર્ષણ બળ વિરુદ્ધ કરવું પડતું કાર્ય.

(c) સ્થિતિઊર્જામાં થતો વધારો.

(d) ગતિઊર્જામાં થતો વધારો.

(e) લાગુ પાડેલ બળ વડે થતું કાર્ય ગણો.

6.45 આકૃતિ 6.16માં દર્શાવ્યા પ્રમાણે વક્રસપાટી છે. BCD વિભાગ ઘર્ષણરહિત છે. સમાન ત્રિજ્યા અને દ્રવ્યમાન ધરાવતા ત્રણ ગોળાકાર દડા છે. C કરતાં સહેજ ઊંચે આવેલા A બિંદુ પાસેથી તે દડાઓને સ્થિર સ્થિતિમાંથી એક પછી એક મુક્ત કરવામાં આવે છે.

આકૃતિ 6.16

AB સપાટી સાથે, દડા 1ને ખૂબ જ વધારે ઘર્ષણ લાગે છે જેના કારણે તે સરક્યા સિવાય ગબડે છે. દડા 2ને ઓછું ઘર્ષણ લાગે છે અને દડા 3ને અવગણ્ય ઘર્ષણ લાગે છે.

(a) કયા દડા માટે કુલ યાંત્રિકઊર્જાનું સંરક્ષણ થશે ?

(b) D પાસે કયો ગોળો (ગોળાઓ) પહોંચશે ?

(c) D પાસે ન પહોંચતા દડામાંથી કયા દડા A પાસે પાછા પહોંચશે ?

6.46 એક રૉકેટમાં વાયુને નીચે તરફ ધકેલી સીધું ઉપર તરફ પ્રવેગિત કરવામાં આવે છે. સમયના નાના અંતરાલ Δt માં, તે Δm દ્રવ્યમાનના વાયુને u જેટલી સાપેક્ષ ઝડપે ધકેલે છે. t અને $t + \Delta t$ સમયે સમગ્ર તંત્રની ગતિઊર્જા (KE) ગણો અને દર્શાવો કે, આ સમયગાળામાં વાયુ છોડતાં તંત્ર વડે થતું કાર્ય $= \frac{1}{2}\Delta m u^2$ હોય છે. (ગુરુત્વાકર્ષણ બળ અવગણો.)

6.47 સમાન પ્રકારના સ્ટીલના બે સમઘન (50 g દ્રવ્યમાન, બાજુની લંબાઈ 1 cm) દરેકની 10 cm/s ની ઝડપે સપાટીથી સપાટીની સન્મુખ (head-on) સંઘાત અનુભવે છે. દરેકનું મહત્તમ સંકોચન ગણો. સ્ટીલ માટે યંગ મોડ્યુલસ $Y = 2 \times 10^{11}$ N/m^2

6.48 હિલિયમ વાયુભરેલું બલૂન ગુરુત્વાકર્ષણ બળની વિરુદ્ધમાં તેની સ્થિતિઊર્જા વધારી રહ્યું છે. બલૂન જેમ ઊંચે જાય તેમ તેની ઝડપ પણ વધતી જાય છે. તમે યાંત્રિકઊર્જા સંરક્ષણના નિયમ સાથે આ બાબતની સમાનતા કેવી રીતે કરશો ? તમે હવાની શ્યાનતાને લીધે ખેંચાણને અવગણો અને હવાની ઘનતાને અચળ ગણો.

જવાબવહી

રેતવાળા વિસ્તારની બહાર ટૂંકામાં ટૂંકો માર્ગ ARC લેતાં આ માર્ગે A થી C જવા માટે લાગતો સમય.

$$= T_{outside} = \frac{AR + RC}{1} s$$

$$= 2\sqrt{75^2 + 25^2} \text{ s}$$

$$= 2 \times 25\sqrt{10} \text{ s}$$

એટલે કે, અહીં, $T_{sand} < T_{outside}$, માટે $50\sqrt{2}\left[\frac{1}{\upsilon} + 1\right] < 2 \times 25\sqrt{10}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\upsilon} + 1 < \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\upsilon} < \sqrt{5} - 1 \text{ અથવા } \upsilon > \frac{1}{\sqrt{5} - 1} \cong 0.81 \text{ m/s}$$

પ્રકરણ 5

5.1 (c)

5.2 (b)

5.3 (c)

5.4 (c)

5.5 (d)

5.6 (c)

5.7 (a)

5.8 (b)

5.9 (b)

5.10 (a), (b) અને (d)

5.11 (a), (b), (d) અને (e)

5.12 (b) અને (d)

5.13 (b), (c)

5.14 (c), (d)

5.15 (a), (c)

5.16 હા, વેગમાન સંરક્ષણના નિયમ મુજબ.

પ્રારંભિક વેગમાન = 50.5×5 kg ms^{-1}

અંતિમ વેગમાન = (50 v + 0.5 × 15) kg ms^{-1}

υ = 4.9 ms^{-1} અને ઝડપમાં ફેરફાર = 0.1 ms^{-1}

5.17 ધારો કે મીટરપટ્ટી પરનું વાચન R ન્યૂટન છે.

અધોદિશામાંનો અસરકારક પ્રવેગ $= \frac{50g - R}{50} = g$

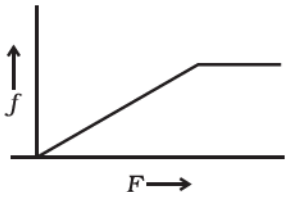
R = 5 g = 50 N. (વજનકાંટાનો સ્કેલ 5 kg વજન બતાવશે.)

5.18 શૂન્ય; $-\frac{3}{2}$ kg ms^{-1}

5.19 જો તેણે સીટબેલ્ટ બાંધેલો ના હોય, તો તેના ઉપર લાગતું એકમાત્ર અવમંદનબળ (retarding force) એ સીટ દ્વારા લાગતું ઘર્ષણબળ છે, જ્યારે અચાનક કારને બ્રેક મારવામાં આવે ત્યારે આ બળ તેની આગળ તરફની ગતિને રોકવા માટે પૂરતું નથી.

5.20 $\boldsymbol{p} = 8\hat{i} + 8\hat{j}$ Ns, $\mathbf{F} = (4\hat{i} + 8\hat{j})$ N

5.21 જ્યાં સુધી બ્લૉક સ્થિર હોય, ત્યાં સુધી f = F આ બિંદુથી આગળ જ્યારે F નું મૂલ્ય વધારવામાં આવે ત્યારે f નું મૂલ્ય અચળ થઈ જાય છે અને બ્લૉક ગતિ શરૂ કરે છે.



5.22 સામાનની હેરફેર વખતે, અચાનક ટ્રક જેવા વાહનને એકાએક રોકવાની (બ્રેક મારવાની) જરૂરિયાત પડી શકે છે, જ્યારે કોઈ નાજુક સામાન જેમકે પોર્સેલિનની (ચિનાઈ માટીની) બનેલી ગતિશીલ વસ્તુઓ અચાનક રોકવામાં આવે, તો તેના પર મોટું બળ લાગે અને વસ્તુઓ (એકબીજા સાથે અથડાઈ જાય) તૂટી જાય. જો તેને ઘાસ કે ભૂસામાં લપેટીને ભરવામાં આવે, તો તે નરમ હોવાને કારણે તે સ્થિર થાય તે પહેલાં થોડુંક અંતર કાપે છે. આથી તેના પર ઓછું બળ લાગે તેથી આ પ્રકારે વસ્તુઓની તૂટવાની સંભાવના ઘટી જાય છે.

5.23 જ્યારે બાળક કઠણ સિમેન્ટવાળા ભોંયતળિયા પર નીચે પડે ત્યારે તેનું/તેણીનું શરીર એકદમ સ્થિર અવસ્થામાં આવે છે. કાદવવાળી જમીન થોડી દબાઈ જાય છે તેથી તેનું શરીર સ્થિર સ્થિતિમાં આવે તે પહેલાં થોડુંક અંતર કાપે છે અને તેને સ્થિર સ્થિતિમાં આવતાં થોડો સમય લાગે છે. તેથી તેનો અર્થ એ થાય કે, કાદવવાળી જમીન પર પડવાની ઘટનામાં વેગમાનના ફેરફારનો સમયગાળો વધારે હોય છે. તેથી બાળકને આરામની સ્થિતિમાં લાવવા માટે તેના પર લાગતા બળનું મૂલ્ય ઓછું થઈ જાય છે.

5.24 (a) 12.5 Ns (b) 18.75 kg ms^{-1}

5.25 ઘર્ષણબળ : $f = \mu R = \mu mg \cos\theta$, જ્યાં θ એ ઢોળાવે બનાવેલ ખૂણો છે. જો θ નું મૂલ્ય નાનું હોય, તો ઘર્ષણ વધારે હોય છે. સીધા રસ્તાનો ઢોળાવ વધુ હોય છે અને પદાર્થની ખસવાની સંભાવના ઓછી થઈ જાય છે.

5.26 AB, કારણ કે ઉપરની દોરી પર લગાડેલ બળ પદાર્થના વજન અને તેના પર લગાડેલ બળના સરવાળા જેટલું હોય છે.

5.27 દોરીને મોટા બળથી આંચકા સાથે ખેંચવામાં આવે, તો CD દોરી તૂટે કારણ કે CD પર આંચકા સાથે લાગતું બળ તરત જ AB સુધી પ્રસરતું નથી (બળ-પ્રસરણ એ પદાર્થની સ્થિતિસ્થાપકતા પર આધાર રાખે છે) તેથી દળ ગતિમાં આવે એ પહેલાં CD દોરી તૂટી જાય છે.

5.28 $T_1 = 94.4$ N, $T_2 = 35.4$ N

5.29 W = 50 N

5.30 જો F એ પુસ્તક પર આંગળી વડે લાગતું બળ હોય, તો $F = N$ એ દીવાલનું પુસ્તક પર લાગતું લંબ પ્રતિક્રિયા બળ છે. ઉપરની તરફ જે ન્યૂનતમ ઘર્ષણબળ લાગે છે કે જેનાથી નિશ્ચિત થાય છે કે પુસ્તક નીચે નહિ પડે તે બળ Mg જેટલું છે.

ઘર્ષણબળ = μN

તેથી, F નું ન્યૂનતમ મૂલ્ય $F = \frac{Mg}{\mu}$.

5.31 0.4 ms^{-1}

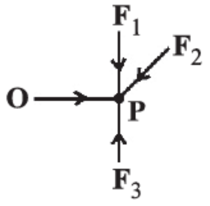
5.32 $x = t,\ y = t^2$

$a_x = 0,\ a_y = 2\ ms^{-2}$

F = 0.5 × 2 = 1N, y-અક્ષ પર

5.33 $t = \frac{2\upsilon}{g+a} = \frac{2\times 20}{10+2} = \frac{40}{12} = \frac{10}{3} = 3.33$ s

5.34 (a) જો પદાર્થ પ્રવેગરહિત ગતિ કરે તો, પદાર્થ પર લાગતાં બળોનો સરવાળો શૂન્ય છે. $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0$. ધારો કે $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$ એક જ બિંદુમાંથી પસાર થતાં ત્રણ બળો છે. ધારો કે, $\mathbf{F}_1$ અને $\mathbf{F}_2$ એ સમતલ A માં આવેલો છે. (આપણે હંમેશાં બે છેદતી રેખાઓમાંથી પસાર થતું એક સમતલ તો બનાવી શકીએ કે બંને રેખાઓ એ સમતલમાં આવેલી હોય) ત્યારે $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ સમતલ A માં જ હશે તેથી $\mathbf{F}_3 = -(\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)$, $\mathbf{F}_3$ પણ સમતલ A માં જ હશે.



(b) બિંદુ P ને અનુલક્ષીને લાગતાં બળોને લીધે ઉદ્ભવતા ટૉર્કનો વિચાર કરો. અહીં બધાં બળો P માંથી પસાર થાય છે, તેથી કુલ ટૉર્ક શૂન્ય હશે. હવે કોઈ બીજા બિંદુ O ને અનુલક્ષીને ટૉર્કનો વિચાર કરો. O ને અનુલક્ષીને

ટૉર્ક = $\mathbf{OP} \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3)$

પરંતુ, $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 0$, ટૉર્ક = 0

5.35 **સામાન્ય કિસ્સો :**

$$s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{2s/a}$$

લીસી સપાટી માટે : પ્રવેગ $a = g\sin\theta = \frac{g}{\sqrt{2}}$

$$\therefore\ t_1 = \sqrt{2\sqrt{2}s/g}$$

ખરબચડી સપાટી :

પ્રવેગ $a = g\,sin\theta - \mu g\,cos\theta$

$$= (1-\mu)\,g / \sqrt{2}$$

$$\therefore t_2 = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}s}{(1-\mu)g}} = pt_1 = p\sqrt{\frac{2\sqrt{2}s}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1-\mu} = p^2 \Rightarrow \mu = 1 - \frac{1}{p^2}$$

5.36 $\upsilon_x = 2t \qquad 0 < t \le 1$

$= 2(2 - t) \qquad 1 < t < 2$

$= 0 \qquad 2 < t$

$\upsilon_y = t \qquad 0 < t < 1s$

$= 1 \qquad 1 < t$

$F_x = 2; \qquad 0 < t < 1$

$= -2; \qquad 1s < t < 2s$

$= 0; \qquad 2s < t$

$F_y = 1 \qquad 0 < t < 1s$

$= 0 \qquad 1s < t$

$\mathbf{F} = 2\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} \qquad 0 < t < 1s$

$= -2\hat{\mathbf{i}} \qquad 1s < t < 2s$

$= 0; \qquad 2s < t$

5.37 DFE માટે $\cancel{m}\frac{v^2}{R} = \cancel{m}g\mu$

$$\upsilon_{max} = \sqrt{g\mu R} = \sqrt{100} = 10\,ms^{-1}$$

ABC માટે $\frac{\upsilon^2}{2R} = g\mu,\ \upsilon = \sqrt{200} = 14.14\ \ ms^{-1}$

DEF માટે સમય $= \frac{\pi}{2} \times \frac{100}{10} = 5\pi$ s

ABC માટે સમય $= \frac{3\pi}{2} \times \frac{200}{14.14} = \frac{300\pi}{14.14}$ s

FA અને DC માટે $= 2 \times \frac{100}{50} = 4\,s$

કુલ સમય $= 5\pi + \frac{300\pi}{14.14} + 4 = 86.3$ s

5.38 $\dfrac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} = -\hat{\mathbf{i}}\,\omega A \sin \omega t + \hat{\mathbf{j}}\,\omega B \cos \omega t$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a} = -\omega^2 \mathbf{r};\ \ \mathbf{F} = -m\omega^2 \mathbf{r}$$

$$x = A\cos\omega t,\ \ y = B\sin\omega t \Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

5.39 (a) $\frac{1}{2}\upsilon_z^2 = gH \qquad \upsilon_z = \sqrt{2gH}$

જમીનની સપાટી પર ઝડપ = $\sqrt{\upsilon_s^2 + \upsilon_z^2} = \sqrt{\upsilon_s^2 + 2gH}$

(b) પરંતુ $\left[\frac{1}{2}m\upsilon_s^2 + mgH\right]$ એ દડો જ્યારે જમીનની સપાટી પર અથડાય ત્યારે તેની કુલ ઊર્જા છે. તેથી (a) અને (b) માટે ઝડપ સમાન હશે.

5.40 $F_2 = \dfrac{F_3 + F_4}{\sqrt{2}} = \dfrac{2+1}{\sqrt{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ N

$$F_1 + \frac{F_3}{\sqrt{2}} = \frac{F_4}{\sqrt{2}}$$

$$F_1 = \frac{F_4 - F_3}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\text{N}$$

5.41 (a) $\theta = \tan^{-1}\mu$

(b) $mg\ \sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$

(c) $mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

(d) $mg(\sin\theta + \mu\cos\theta)\ +\ ma$

5.42 (a) F – (500 × 10) = (500 × 15) અથવા F = 12.5×10^3 N

જ્યાં, F એ ભોંયતળિયા વડે ઉપરની તરફ લાગતું ક્રિયાબળ છે અને તે ન્યૂટનના ગતિના ત્રીજા નિયમ અનુસાર તે ભોંયતળિયા પર નીચે તરફ લાગતાં બળ બરાબર છે.

(b) R – (2500 × 10) = (2500 × 15) અથવા R = 6.25×10^4 N

તંત્ર પર હવામાં ઊર્ધ્વદિશામાં ક્રિયાબળ રોટર દ્વારા આજુબાજુની હવા પર નીચેની તરફ R = 6.25×10^4 N ક્રિયાબળ

(c) હેલિકૉપ્ટર પર હવાને લીધે ઊર્ધ્વદિશામાં લાગતું બળ = 6.25×10^4 N

પ્રકરણ 6

6.1 (b)

6.2 (c)

6.3 (d)

6.4 (c)

6.5 (c)

6.6 (c)

6.7 (c)

6.8 (b)

6.9 (b)

6.10 (b)

6.11 (b) સ્થાનાંતર $\alpha t^{3/2}$ પ્રમાણે.

6.12 (d)

6.13 (d)

6.14 (a)

6.15 (b)

6.16 (d)

6.17 (b)

6.18 (c)

6.19 (b), (d)

6.20 (b), (d), (f)

6.21 (c)

6.22 હા, ના.

6.23 લિફ્ટને ગુરુત્વાકર્ષણની અસર હેઠળ મુક્ત પતન કરતી અટકાવવા માટે.

6.24 (a) ધન (b) ઋણ

6.25 સમક્ષિતિજ રસ્તાની દિશામાં ગતિ માટે ગુરુત્વાકર્ષણ વિરુદ્ધ થયેલ કાર્ય શૂન્ય છે.

6.26 ના, કારણ કે પદાર્થ પર હવાનું અવરોધક બળ લાગે છે જે અસંરક્ષી બળ છે. આથી ગતિઊર્જા(KE) માં થતો વધારો એ સ્થિતિઊર્જા(PE)માં થતા ઘટાડા કરતાં નાનો હશે.

6.27 ના. બંધ માર્ગ પર થતું કાર્ય ત્યારે જ શૂન્ય થવું જરૂરી છે. જ્યારે તંત્ર ઉપર લાગતા બધાં જ બળ સંરક્ષી હોય.

6.28 (b) કુલ રેખીય વેગમાન

જ્યારે દડાઓ સંપર્કમાં હોય ત્યારે તેઓ વિકૃત થઈ શકે એનો અર્થ એ થયો કે, સ્થિતિસ્થાપકીય સ્થિતિઊર્જા એ ગતિઊર્જાના ભાગ (અંશ)માંથી જ આવે છે. વેગમાન હંમેશાં સંરક્ષણ પામે છે.

6.29 પાવર $= \dfrac{mgh}{T} = \dfrac{100 \times 9.8 \times 10}{20}$ W = 490 W

6.30 $P = \dfrac{\Delta E}{\Delta t} = \dfrac{0.5 \times 72}{60} = 0.6$ W

6.31 વિદ્યુતભારિત કણ નિયમિત ચુંબકીયક્ષેત્રમાં ગતિ કરે.

6.32 થતું કાર્ય = ગતિઊર્જામાં થતો ફેરફાર

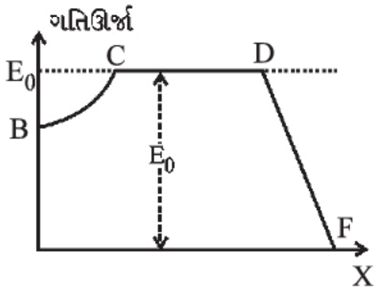
બંને પદાર્થો પાસે સમાન ગતિઊર્જા છે અને આથી, સમાન (મૂલ્યનું) કાર્ય કરવું પડશે. જ્યાં સુધી સમાન બળ લાગું પાડેલ છે, તેઓ સમાન અંતરે સ્થિર સ્થિતિમાં આવી જશે.

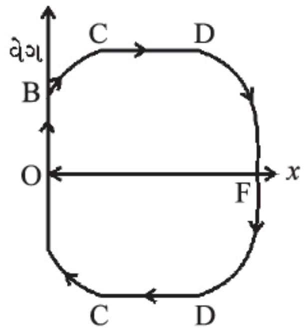
6.33 (a) સીધી રેખા, શિરોલંબ, અધોદિશામાં

(b) પરવલયાકાર પથ જેનું શિરોબિંદુ C પાસે હોય.

(c) પરવલયાકાર પથ જેનું શિરોબિંદુ C થી ઉપર હોય.

6.34





6.35 (a) સન્મુખ સંઘાત (head on collission) માટે,

વેગમાનનું સંરક્ષણ $\Rightarrow 2m\upsilon_0 = m\upsilon_1 + m\upsilon_2$

અથવા $2\upsilon_0 = \upsilon_1 + \upsilon_2$

અને $e = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{2\upsilon_0} \Rightarrow \upsilon_2 = \upsilon_1 + 2\upsilon_0 e$

$\therefore\ 2\upsilon_1 = 2\upsilon_0 - 2e\upsilon_0$

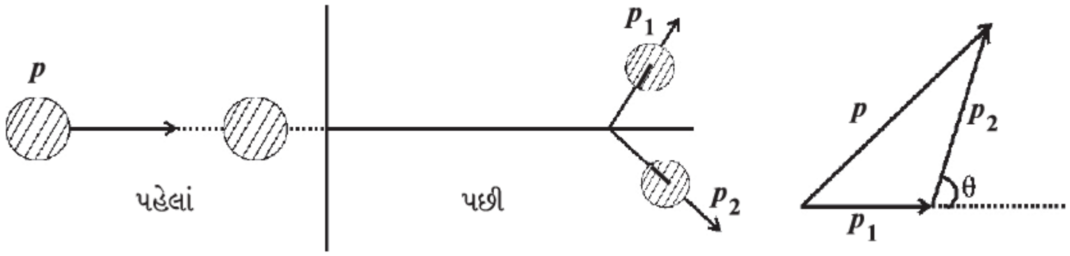
$\therefore\ \upsilon_1 = \upsilon_0(1 - e)$

જ્યાં સુધી, $e < 1 \Rightarrow \upsilon_1$ ની નિશાની એ υ_0 ની જ હશે.

આથી, દડો અથડામણ પછી તે જ દિશામાં આગળ વધશે.

(b) વેગમાનનું સંરક્ષણ $\Rightarrow \boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2$

પરંતુ ગતિઊર્જા ગુમાવે છે. $\Rightarrow \dfrac{p^2}{2m} > \dfrac{p_1^{\,2}}{2m} + \dfrac{p_2^{\,2}}{2m}$



$\therefore \quad p^2 > p_1^2 + p_2^2$

આથી, p, p_1 અને p_2 આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર ગોઠવાશે.

θ એ લઘુકોણ (90° કરતાં નાનો) ($p^2 = p_1^2 + p_2^2$ હોય, તો $\theta = 90°$ મળે.)

6.36 વિસ્તાર A : ના, જેવી રીતે ગતિઊર્જા (KE) ઋણ બને છે.

વિસ્તાર B : હા, કુલ ઊર્જા એ અશૂન્ય ગતિઊર્જા (KE) માટે સ્થિતિઊર્જા (PE) કરતાં મોટી હોઈ શકે.

વિસ્તાર C : હા, ગતિઊર્જા (KE) એ કુલ ઊર્જા કરતાં વધારે હોઈ શકે. જો સ્થિતિઊર્જા (PE) ઋણ હોય તો.

વિસ્તાર D : હા, જેવી રીતે સ્થિતિઊર્જા (PE) એ ગતિઊર્જા (KE) કરતાં વધારે હોઈ શકે.

6.37 (a) દડો A તેનું સમગ્ર વેગમાન ટેબલ પર રહેલા દડામાં રૂપાંતરિત કરશે અને સહેજ પણ ઊંચે આવશે નહિ.

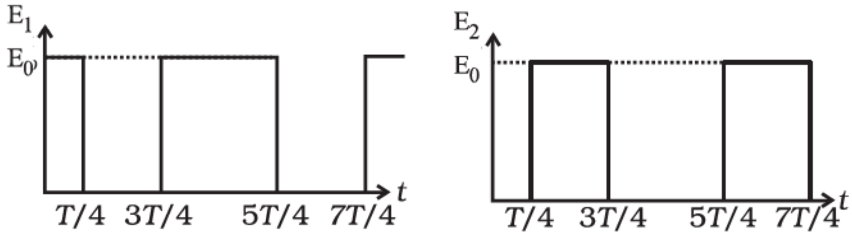
(b) $\upsilon = \sqrt{2gh} = 4.42 \text{ ms}^{-1}$

6.38 (a) સ્થિતિઊર્જા (PE)નો ઘટાડો = mgh = $1 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^3 = 10 \text{ J}$

(b) ગતિઊર્જા (KE)નો વધારો = $\frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-3} \times 2500$ = 1.25 J

(c) ના, કારણ કે સ્થિતિઊર્જા (PE)નો ભાગ હવાના શ્યાનતા-બળ વિરુદ્ધ કાર્ય કરવામાં વપરાશે.

6.39 (b)



6.40 $m = 3.0 \times 10^{-5}$ kg, $\rho = 10^{-3}$ kg/m^{-2}, $\upsilon = 9$ ms^{-1}

A = 1 m^2 h = 100 cm $\Rightarrow n = 1$ m^3

M = ρυ = 10^{-3} kg, E = $\frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times (9)^2 = 4.05 \times 10^4$ J .

6.41 ગતિઊર્જા (KE) $= \frac{1}{2}mv^2 \cong \frac{1}{2} \times 5 \times 10^4 \times 10^2$

$= 2.5 \times 10^5$ J

આમાંથી 10 % સ્પ્રિંગમાં સંગ્રહ પામે છે.

$\therefore \frac{1}{2}kx^2 = 2.5 \times 10^4$

$x = 1$ m

$k = 5 \times 10^4$ N/m

6.42 6 km માં 6000 પગલાં થશે.

$\therefore E = 6000\ (mg)h$

$= 6000 \times 600 \times 0.25$

$= 9 \times 10^5$ J

આ ઊર્જા ઇનટેકની 10 % છે.

$\therefore$ ઇનટેક (ગ્રહિત) ઊર્જા = 10 E = 9×10^6 J

6.43 0.5 કાર્યક્ષમતા સાથે, 1 લિટર 1.5×10^7 J ઉત્પન્ન કરે છે, જે 15 km વાહન ચલાવવા માટે વપરાય છે.

$\therefore$ F$d = 1.5 \times 10^7$ J. $d = 15{,}000$ m સાથે

$\therefore$ ઘર્ષણબળ F = 1000 N

6.44 (a) $W_g = mg \sin\theta\, d = 1 \times 10 \times 0.5 \times 10 = 50$ J

(b) $W_f = \mu\, mg \cos\theta\, d = 0.1 \times 10 \times 0.866 \times 10 = 8.66$ J

(c) $\Delta U = mgh = 1 \times 10 \times 5 = 50$ J

(d) $a = \{F - (mg \sin\theta + \mu mg \cos\theta)\} = [10 - 5.87]$

$= 4.13$ m/s^2

$\upsilon = u + at$ અથવા $\upsilon^2 = u^2 + 2ad$

$\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}mu^2 = \text{mad} = 41.3$J

(e) $W = F \cdot d = 100$ J

6.45 (a) દડા 1 અને 3 માટે ઊર્જા સંરક્ષણ પામે છે.

(b) દડો 1 ચાકગતિ ઊર્જા મેળવશે. દડો 2 ઘર્ષણ દ્વારા ઊર્જા ગુમાવશે. તેઓ C પાસે એકબીજાને મળશે નહિ. દડો 3 તેને પસાર કરી જશે.

(c) દડો 1, 2 C પાસે પહોંચ્યા પહેલાં પાછા ફરી જશે કેમકે તેમણે ઊર્જા ગુમાવી હશે. દડો 2 પાછો ફરી A પાસે પહોંચશે નહિ. દડો 1 જ્યારે B પાસે પહોંચે ત્યારે વિરુદ્ધ સંદર્ભમાં ચાકગતિ હશે. તે ગતિક ઘર્ષણને લીધે A પાસે પાછો ગબડી શકશે નહિ.

6.46 $(KE)_{t+\Delta t} = \frac{1}{2}(M - \Delta m)(\upsilon + \Delta\upsilon)^2 + \frac{1}{2}\Delta m(\upsilon - u)^2$

રૉકેટ વાયુ

$$= \frac{1}{2}Mv^2 + M\upsilon\Delta\upsilon - \Delta m\upsilon u + \frac{1}{2}\Delta mu^2$$

$(KE)_t = \frac{1}{2}M\upsilon^2$

$(KE)_{t+\Delta t} - (KE)_t = (M\Delta\upsilon - \Delta mu)\, v + \frac{1}{2}\Delta mu^2 = \frac{1}{2}\Delta mu^2 = W$

કાર્ય-ઊર્જા પ્રમેય પ્રમાણે,

જેમ, $\left(\frac{Md\upsilon}{dt} = \left(\frac{dm}{dt}\right)(|u|)\right) \Rightarrow (M\Delta\upsilon - \Delta mu) = 0$

6.47 હુકનો નિયમ : $\frac{F}{A} = Y\frac{\Delta L}{L}$

જ્યાં A એ સપાટીનું ક્ષેત્રફળ અને L એ સમઘનની બાજુની લંબાઈ છે. જો k એ સ્પ્રિંગ અથવા સંકોચન અચળાંક હોય, તો $F = k\Delta L$

$\therefore\ k = Y\frac{A}{L} = YL$

પ્રારંભિક KE $= 2 \times \frac{1}{2}mv^2 = 5 \times 10^{-4}$ J

અંતિમ PE $= 2 \times \frac{1}{2}k(\Delta L)^2$

$$\therefore\quad \Delta L = \sqrt{\frac{KE}{k}} = \sqrt{\frac{KE}{YL}} = \sqrt{\frac{5\times10^{-4}}{2\times10^{11}\times0.1}} = 1.58 \times 10^{-7}\ m$$

6.48 ધારો કે, m, V, ρ_{He} એ હિલિયમ વાયુના બલૂન માટે અનુક્રમે દ્રવ્યમાન, કદ અને ઘનતા માટેની સંજ્ઞાઓ તથા ρ_{air} એ હવાની ઘનતા દર્શાવે છે.

V કદ ધરાવતું બલૂન V કદ જેટલી હવાનું સ્થળાંતર કરે છે.

આથી, $V(\rho_{He} - \rho_{air})g = ma$ (1)

t ની સાપેક્ષે સંકલન કરતાં,

$V(\rho_{air} - \rho_{He})gt = m\upsilon$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\frac{V^2}{m^2}\left(\rho_{air} - \rho_{He}\right)^2 g^2t^2 \;=\; \frac{1}{2m}V^2\left(\rho_{air} - \rho_{He}\right)^2 g^2t^2 \qquad (2)$$

જો બલૂન h ઊંચાઈ સુધી પહોંચે, તો $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ પરથી,

આપણે મેળવી શકીએ. $h = \frac{1}{2}at^2 \;=\; \frac{1}{2}\frac{V\left(\rho_{air} - \rho_{he}\right)}{m}gt^2$ (3)

સમીકરણ (3) અને (2) પરથી,

$$\frac{1}{2}mv^2 = \left[V\left(\rho_{air} - \rho_{He}\right)g\right]\left[\frac{1}{2m}V\left(\rho_{air} - \rho_{He}\right)gt^2\right]$$

$$= V\left(\rho_a - \rho_{He}\right)gh$$

પદોની ફરીથી ગોઠવણી કરતાં,

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + V\rho_{He}gh \;=\; V\rho_{air}\,hg$$

$\Rightarrow$ (KE)$_{\text{બલૂન}}$ + (PE)$_{\text{બલૂન}}$ = હવાની PE માં થતો ફેરફાર

આમ, જેમ બલૂન ઉપર તરફ જશે. સમાન કદની હવા નીચે તરફ ખસશે. બલૂનની સ્થિતિઊર્જા (PE) અને ગતિઊર્જા (KE)માં વધારો એ હવાની સ્થિતિઊર્જા (PE)ના ભોગે થશે. (જેમાં હવા નીચે તરફ ખસશે.)

પ્રકરણ 7

7.1 (d)

7.2 (c)

7.3 પ્રારંભિક વેગ $v_i = v\hat{\mathbf{e}}_y$ અને દીવાલથી પાછો ફેંકાયા બાદનો અંતિમ વેગ $v_f = -v\hat{\mathbf{e}}_y$ છે. ગતિપથ $\mathbf{r} = y\hat{\mathbf{e}}_y + a\hat{\mathbf{e}}_z$ વડે રજૂ કરી શકાય. આથી કોણીય વેગમાનનો ફેરફાર $\mathbf{r} \times m(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i) = 2mva\hat{\mathbf{e}}_x$. આથી, જવાબ (b) છે.

7.4 (d)

7.5 (b)

7.6 (c)

7.7 જ્યારે $b \to 0$, ઘનતા નિયમિત બનતી જશે અને આથી દ્રવ્યમાન કેન્દ્ર $x = 0.5$ પાસે છે. જેમ $b \to 0$ ત્યારે માત્ર વિકલ્પ (a) 0.5 તરફ જાય છે.

7.8 (b) ω

7.9 (a), (c)

7.10 (a), (d)

7.11 બધા જ સાચા છે.

પૂરક સાહિત્ય (એક્ઝામ્પલર)

ધોરણ : ૧૧

વિષય : ગણિત

માસ : ઑગસ્ટ - ૨૦૨૦

પ્રકરણ 4

ગાણિતિક અનુમાનનો સિદ્ધાંત

4.1 વિહંગાવલોકન

ધન પૂર્ણાંક n ના સ્વરૂપમાં રચવામાં આવતાં ગાણિતિક વિધાનોને સાબિત કરવા માટે ગાણિતિક અનુમાન એ એક ઉપયોગી પ્રયુક્તિ છે.

4.1.1 ગાણિતિક અનુમાનનો સિદ્ધાંત :

ધારો કે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ સંબંધિત આપેલ વિધાન P(n) માટે,

(i) વિધાન $n = 1$ માટે સત્ય હોય એટલે કે **P**(1) સત્ય હોય (અથવા કોઈ નિશ્ચિત પ્રાકૃતિક સંખ્યા માટે સત્ય હોય) અને

(ii) જો વિધાન $n = k$ માટે સત્ય હોય (જ્યાં k કોઈ વિશિષ્ટ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે), તો વિધાન $n = k + 1$ માટે પણ સત્ય હોય, એટલે કે P(k) ની સત્યાર્થતા પરથી P(k + 1) ની સત્યાર્થતા ફલિત થાય, તો P(n) એ તમામ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ n માટે સત્ય છે.

4.2 ઉદાહરણો :

ટૂંકજવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 થી 5 માં આપેલાં વિધાનોને $n \in$ **N** માટે, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતના ઉપયોગથી સાબિત કરો.

ઉદાહરણ 1 : $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$

ઉકેલ : આપેલ વિધાનને P(n) દ્વારા દર્શાવીએ એટલે કે, P(n) : $1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$, $n \in$ **N.**

નોંધીશું કે, P(1) સત્ય છે, કારણ કે P(1) : $1 = 1^2$

ધારો કે કોઈક ધન પૂર્ણાંક k ($k \in$ **N)** માટે P(k) સત્ય છે, એટલે કે,

P(k) : $1 + 3 + 5 + ... + (2k - 1) = k^2$

હવે આપણે $n = k + 1$ લેતાં P(k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કરીશું. હવે આપણી પાસે,

$$1 + 3 + 5 + ... + (2k - 1) + (2k + 1)$$
$$= k^2 + (2k + 1) \qquad \text{(શા માટે ?)}$$
$$= k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2$$

આમ P(k) સત્ય હોય ત્યારે P(k + 1) સત્ય છે.

આથી ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી, તમામ $n \in$ **N** માટે વિધાન P(n) સત્ય છે.

ઉદાહરણ 2 : $\sum_{t=1}^{n-1} t(t+1) = \frac{n(n-1)(n+1)}{3}, n \geq 2; n \in N$

ઉકેલ : આપેલ વિધાનને P(n) દ્વારા દર્શાવીએ તો,

$$P(n): \sum_{t=1}^{n-1} t(t+1) = \frac{n(n-1)(n+1)}{3}, n \geq 2; n \in N$$

આપણે જોઈશું કે, P(2): $\sum_{t=1}^{2-1} t(t+1) = \sum_{t=1}^{1} t(t+1) = 1 \cdot 2 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3} = \frac{2 \cdot (2-1)(2+1)}{3}$

આથી, P(n), $n = 2$ માટે સત્ય છે.

ધારો કે, P(n), $n = k \in \mathbf{N}$ માટે સત્ય છે. $n \geq 2$

એટલે કે, $$P(k): \sum_{t=1}^{k-1} t(t+1) = \frac{k(k-1)(k+1)}{3}, k \geq 2$$

હવે, P(k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કરવું છે.

આપણી પાસે, $$\sum_{t=1}^{(k+1-1)} t(t+1) = \sum_{t=1}^{k} t(t+1)$$

$$= \sum_{t=1}^{k-1} t(t+1) + k(k+1)$$

$$= \frac{k(k-1)(k+1)}{3} + k(k+1)$$

$$= k(k+1)\left[\frac{k-1+3}{3}\right]$$

$$= \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

$$= \frac{(k+1)((k+1)-1))((k+1)+1)}{3}$$

આમ P(k) સત્ય હોય ત્યારે P(k + 1) સત્ય છે.

આથી, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી, વિધાન P(n), પ્રત્યેક $n \geq 2$; $n \in$ N માટે સત્ય છે.

ઉદાહરણ 3 : $\left(1-\frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3^2}\right) \ldots \left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}, n \geq 2; n \in N$

ઉકેલ : ધારો કે આપેલ વિધાનને P(n) દ્વારા દર્શાવીએ તો, P(n) : $\left(1-\frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3^2}\right) \ldots \left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{n+1}{2n}, n \geq 2; n \in N$

આપણે જોઈશું કે, P(2) સત્ય છે, કારણ કે $\left(1-\frac{1}{2^2}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} = \frac{2+1}{2 \times 2}$

ધારો કે, P(n) એ કોઈક $k \in \mathbf{N}$ માટે સત્ય છે, એટલે કે,

$$P(k): \left(1-\frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3^2}\right) \ldots \left(1-\frac{1}{k^2}\right) = \frac{k+1}{2k}, \qquad k \geq 2$$

હવે, P (k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કરવું છે. હવે, n = k + 1 લેતાં,

$$\text{ડા.બા.} = \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{k^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right)$$

$$=\frac{k+1}{2k}\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k^2+2k}{2k\,(k+1)} = \frac{(k+1)+1}{2(k+1)} \qquad \text{(P(k) પરથી)}$$

આમ, P(k) સત્ય હોય, ત્યારે P (k + 1) સત્ય છે.

આથી, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી પ્રત્યેક $n \geq 2$; $n \in$ N માટે વિધાન P(n) સત્ય છે. $n \in$ N

ઉદાહરણ 4 : $2^{2n} - 1$ એ 3 વડે વિભાજ્ય છે.

ઉકેલ : આપેલ વિધાનને P(n) દ્વારા દર્શાવીએ, તો P(n) : $2^{2n} - 1$ એ 3 વડે વિભાજ્ય છે.

આપણે જોઈ શકીએ કે, P(1) સત્ય છે. કારણ કે, $2^2 - 1 = 4 - 1 = 3\cdot1$ એ 3 વડે વિભાજ્ય છે.

ધારો કે P(n) એ કોઈક $k \in$ N, માટે સત્ય છે એટલે કે P(k): $2^{2k} - 1$ એ 3 વડે વિભાજ્ય છે.

એટલે કે, $2^{2k} - 1 = 3q$, જ્યાં $q \in \mathbf{N}$

હવે, P(k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કરવું છે. આથી, $n = k + 1$ લેતાં,

$$\begin{aligned} P(k+1) : 2^{2(k+1)} - 1 = 2^{2k+2} - 1 &= 2^{2k}\cdot 2^2 - 1 \\ &= 2^{2k}\cdot 4 - 1 \\ &= 3\cdot 2^{2k} + (2^{2k} - 1) \\ &= 3\cdot 2^{2k} + 3q \\ &= 3\,(2^{2k} + q) = 3m, \text{ જ્યાં } m \in \mathbf{N} \end{aligned}$$

આમ P(k) સત્ય હોય ત્યારે P(k + 1) સત્ય છે.

આથી, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી, પ્રત્યેક $n \in$ N માટે P(n) સત્ય છે.

ઉદાહરણ 5 : $2n + 1 < 2^n$, $n \geq 3$; $n \in$ N સાબિત કરો.

ઉકેલ : આપેલ વિધાન P(n) છે એટલે કે, P(n) : $(2n + 1) < 2^n$, $n \geq 3$; $n \in$ N

આપણે જોઈશું કે, P(3) સત્ય છે, કારણ કે $2\cdot3 + 1 = 7 < 8 = 2^3$

ધારો કે કોઈક k માટે, P(k) સત્ય છે એટલે કે $2k + 1 < 2^k$ અને $k \geq 3$

હવે, P(k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કરવું છે. આથી, આપણે $2(k + 1) + 1 < 2^{k+1}$ છે તેમ સાબિત કરવું પડે. આપણી પાસે, $2(k + 1) + 1 = 2k + 3$

$$= 2k + 1 + 2 < 2^k + 2$$

$$< 2^k \cdot 2 = 2^{k+1} \text{ કારણ કે } k \geq 3$$

આમ, P(k) સત્ય હોય ત્યારે P(k + 1) સત્ય છે.

આથી, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી પ્રત્યેક $n \geq 3$; $n \in$ N માટે P(n) સત્ય છે.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 6 : શ્રેણી $a_1, a_2, a_3,...$ નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત છે :

$a_1 = 2, a_n = 5\, a_{n-1}, n \geq 2; n \in$ N.

(i) શ્રેણીનાં પ્રથમ ચાર પદો લખો.

(ii) ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી દર્શાવો કે, તમામ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ માટે શ્રેણીનાં તમામ પદો સૂત્ર $a_n = 2{\cdot}5^{n-1}$ નું સમાધાન કરે છે.

ઉકેલ : (i) આપણી પાસે, $a_1 = 2$

$$a_2 = 5a_{2-1} = 5a_1 = 5{\cdot}2 = 10$$
$$a_3 = 5a_{3-1} = 5a_2 = 5{\cdot}10 = 50$$
$$a_4 = 5a_{4-1} = 5a_3 = 5{\cdot}50 = 250$$

(ii) ધારો કે, આપેલ વિધાન P(n) છે એટલે કે,

P(n) : $a_n = 2{\cdot}5^{\,n-1}$

આપણે જોઈ શકીએ કે, P(1) સત્ય છે.

ધારો કે, કોઈક $k \in$ N માટે, P(k) સત્ય છે એટલે કે, P(k) : $a_k = 2{\cdot}5^{k-1}$.

હવે, P (k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કરવું છે. હવે આપણી પાસે,

$$\begin{aligned} P(k+1) : a_{k+1} &= 5{\cdot}a_k \\ &= 5 \cdot (2{\cdot}5^{k-1}) \\ &= 2{\cdot}5^{k} \\ &= 2{\cdot}5^{(k+1)-1} \end{aligned}$$

આમ, P(k) સત્ય હોય ત્યારે P(k + 1) સત્ય છે.

આથી, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી, $\forall\, n \in$ N P(n) સત્ય છે.

ઉદાહરણ 7 : તમામ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ c, a_1 અને a_2 માટે બીજગણિતના વિભાજનના નિયમ $c\,(a_1 + a_2) = ca_1 + ca_2$ તથા ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરી, જો $c, a_1, a_2, ..., a_n$ કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ હોય, તો $c\,(a_1 + a_2 + ... + a_n) = ca_1 + ca_2 + ... + ca_n$, $\forall\, n \in$ N, $n \geq 2$, સાબિત કરો.

ઉકેલ : ધારો કે આપેલ વિધાનને P(n) વડે દર્શાવીએ, તો,

P(n) : $c\,(a_1 + a_2 + ... + a_n) = ca_1 + ca_2 + ... + ca_n$, $n \geq 2$, $n \in \mathbf{N}$ જ્યાં $c, a_1, a_2, ...\, a_n \in \mathbf{R}$.

આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, P(2) સત્ય છે કારણ કે, $c(a_1 + a_2) = ca_1 + ca_2$ **(વિભાજનના નિયમ પરથી)**

ધારો કે કોઈક $k \geq 2$, $k \in \mathbf{N}$ માટે P(k) સત્ય છે એટલે કે,

$$P(k) : c\,(a_1 + a_2 + ... + a_k) = ca_1 + ca_2 + ... + ca_k$$

હવે, P(k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કરવું છે. આપણી પાસે,

$$\begin{aligned} P(k+1) : &\; c\,(a_1 + a_2 + ... + a_k + a_{k+1}) \\ &= c\,((a_1 + a_2 + ... + a_k) + a_{k+1}) \\ &= c\,(a_1 + a_2 + ... + a_k) + ca_{k+1} \quad \text{(વિભાજનના નિયમ પરથી)} \\ &= ca_1 + ca_2 + ... + ca_k + ca_{k+1} \end{aligned}$$

આમ P (k) સત્ય હોય ત્યારે P(k + 1) સત્ય છે.

આથી, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી પ્રત્યેક $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$ માટે P(n) સત્ય છે.

ઉદાહરણ 8 : ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી તમામ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ n માટે,

$$\sin\alpha + \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha+2\beta) + \ldots + \sin(\alpha+(n-1)\beta) = \frac{\sin\left(\alpha+\frac{n-1}{2}\beta\right)\sin\left(\frac{n\beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$ સાબિત કરો.

ઉકેલ : ધારો કે P (n) : $\sin\alpha + \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha+2\beta) + \ldots + \sin(\alpha+(n-1)\beta)$

$$= \frac{\sin\left(\alpha+\frac{n-1}{2}\beta\right)\sin\left(\frac{n\beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}, \ n \in \mathrm{N}$$

આપણે જોઈશું કે, P (1) સત્ય છે, કારણ કે

$$\mathrm{P}(1) : \sin\alpha = \frac{\sin(\alpha+0)\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}}$$ સત્ય છે જ.

ધારો કે, કોઈક $k \in \mathrm{N}$ માટે, P(n) સત્ય છે એટલે કે,

P (k) : $\sin\alpha + \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha+2\beta) + \ldots + \sin(\alpha+(k-1)\beta)$

$$= \frac{\sin\left(\alpha+\frac{k-1}{2}\beta\right)\sin\left(\frac{k\beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$

હવે, P $(k+1)$ સત્ય છે તેમ સાબિત કરવું છે. આથી, $n = \mathrm{k} + 1$ માટે

P $(k+1)$, : $\sin\alpha + \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha+2\beta) + \ldots + \sin(\alpha+(k-1)\beta) + \sin(\alpha+k\beta)$

$$= \frac{\sin\left(\alpha+\frac{k-1}{2}\beta\right)\sin\left(\frac{k\beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} + \sin(\alpha+k\beta)$$

$$= \frac{\sin\left(\alpha+\frac{k-1}{2}\beta\right)\sin\frac{k\beta}{2} + \sin(\alpha+k\beta)\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\beta}{2}}$$

$$= \frac{\cos\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right) - \cos\left(\alpha+k\beta-\frac{\beta}{2}\right) + \cos\left(\alpha+k\beta-\frac{\beta}{2}\right) - \cos\left(\alpha+k\beta+\frac{\beta}{2}\right)}{2\sin\frac{\beta}{2}}$$

$$= \frac{cos\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) - cos\left(\alpha + k\beta + \frac{\beta}{2}\right)}{2\,sin\frac{\beta}{2}}$$

$$= \frac{sin\left(\alpha + \frac{k\beta}{2}\right) sin\left(\frac{k\beta + \beta}{2}\right)}{sin\frac{\beta}{2}}$$

$$= \frac{sin\left(\alpha + \frac{k\beta}{2}\right) sin\,(k+1)\left(\frac{\beta}{2}\right)}{sin\frac{\beta}{2}}$$

આમ, P (k) સત્ય હોય ત્યારે P (k + 1) સત્ય છે.

આથી, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી $\forall\, n \in$ N, P(n) સત્ય છે.

ઉદાહરણ 9 : તમામ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ માટે, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી,

$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \ldots + n \times n! = (n + 1)! - 1$ સાબિત કરો.

ઉકેલ : આપેલ વિધાનને P(n) દ્વારા દર્શાવીએ, તો

P(n) : $1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \ldots + n \times n! = (n + 1)! - 1$; $\forall\, n \in$ N.

P (1) સત્ય છે કારણ કે, P(1) = $1 \times 1! = 1 = 2-1 = 2!-1$

ધારો કે, કોઈક $k \in$ N માટે, P(n) સત્ય છે એટલે કે,

P(k) : $1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \ldots + k \times k! = (k + 1)! - 1$

હવે, P (k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કરવું છે. $n = k + 1$ લેતાં

ડા.બા. : $1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \ldots + k \times k! + (k + 1) \times (k + 1)!$

$= (k + 1)! - 1 + (k + 1)! \times (k + 1)$

$= (k + 1 + 1)\ (k + 1)! - 1$

$= (k + 2)\ (k + 1)! - 1$

$= (k + 2)! - 1$

આમ, P (k) સત્ય હોય ત્યારે P (k + 1) સત્ય છે. આથી, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી પ્રત્યેક $n \in$ N માટે, P (n) સત્ય છે.

ઉદાહરણ 10 : ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતથી બતાવો કે, આપેલ શ્રેણીનાં n પદોના સરવાળા

$1^2 + 2 \times 2^2 + 3^2 + 2 \times 4^2 + 5^2 + 2 \times 6^2 + ...$ ને S_n દ્વારા દર્શાવાય, તો

$$S_n = \begin{cases} \dfrac{n(n+1)^2}{2}, & n \text{ યુગ્મ} \\ \dfrac{n^2(n+1)}{2}, & n \text{ અયુગ્મ} \end{cases}$$

ઉકેલ : અહીં $P(n)$: $S_n = \begin{cases} \dfrac{n(n+1)^2}{2}, & n \text{ યુગ્મ} \\ \dfrac{n^2(n+1)}{2}, & n \text{ અયુગ્મ} \end{cases}$

વળી, નોંધીએ કે, શ્રેણીનું કોઈ પણ પદ T_n એ $T_n = \begin{cases} n^2, & n \text{ અયુગ્મ} \\ 2n^2, & n \text{ યુગ્મ} \end{cases}$ છે.

આપણે જોઈ શકીએ કે, $P(1)$ સત્ય છે કારણ કે, $P(1) : S_1 = \quad 1^2 = 1 = \frac{1 \cdot 2}{2} = \frac{1^2 \cdot (1+1)}{2}$

ધારો કે કોઈક $k \in N$ માટે $P(k)$ સત્ય છે એટલે કે,

વિકલ્પ 1 k અયુગ્મ છે, તેથી $(k + 1)$ યુગ્મ છે. હવે, $n = k + 1$ લેતાં,

$P(k + 1) : S_{k+1} = 1^2 + 2 \times 2^2 + ... + k^2 + 2 \times (k + 1)^2$

$$= \frac{k^2(k+1)}{2} + 2 \times (k + 1)^2$$

$$= \frac{(k+1)}{2}[k^2 + 4(k + 1)] \quad \left(k \text{ અયુગ્મ હોય, તો } 1^2 + 2 \times 2^2 + ... + k^2 = k^2 \frac{(k+1)}{2}\right)$$

$$= \frac{k+1}{2}[k^2 + 4k + 4]$$

$$= \frac{k+1}{2}(k+2)^2 = (k + 1)\frac{[(k+1)+1]^2}{2}$$

આથી, k અયુગ્મ હોય તે કિસ્સામાં, જ્યારે $P(k)$ સત્ય હોય ત્યારે $P(k + 1)$ પણ સત્ય છે.

વિકલ્પ 2 ધારો કે k યુગ્મ છે, તેથી $(k + 1)$ અયુગ્મ છે.

હવે, $P(k + 1) : 1^2 + 2 \times 2^2 + ... + 2 \cdot k^2 + (k + 1)^2$

$$= \frac{k(k+1)^2}{2} + (k + 1)^2 \quad \left(k \text{ યુગ્મ હોય, તો } 1^2 + 2 \times 2^2 + ... + 2k^2 = k\frac{(k+1)^2}{2}\right)$$

$$= \frac{(k+1)^2(k+2)}{2} = \frac{(k+1)^2((k+1)+1)}{2}$$

આથી, k યુગ્મ હોય તેવા કિસ્સામાં, જ્યારે P (k) સત્ય હોય ત્યારે P (k + 1) પણ સત્ય હોય. આથી, કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા k માટે, જ્યારે P (k) સત્ય હોય ત્યારે P (k + 1) પણ સત્ય છે.

આથી, તમામ પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ માટે P (n) સત્ય છે.

હેતુલક્ષી પ્રશ્નો

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 11 અને 12 વાળા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

ઉદાહરણ 11 : ધારો કે P(n) : "$2^n < (1 \times 2 \times 3 \times ... \times n)$" હોય, તો P ($n$) સત્ય બને તે માટે, નાનામાં નાનો ધન પૂર્ણાંક .... હોય.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

ઉકેલ : P (1) : $2 < 1$ અસત્ય છે

P (2) : $2^2 < 1 \times 2$ અસત્ય છે.

P (3) : $2^3 < 1 \times 2 \times 3$ અસત્ય છે.

પરંતુ P (4) : $2^4 < 1 \times 2 \times 3 \times 4$ સત્ય છે.

સાચો વિકલ્પ (D) છે.

ઉદાહરણ 12 : એક વિદ્યાર્થીને ગાણિતિક અનુમાન દ્વારા વિધાન P (n) સત્ય છે તેમ સાબિત કરવાનું કહેવામાં આવ્યું. તેણે તમામ $k>5$, $k \in$ N માટે, જ્યારે P (k) સત્ય હોય ત્યારે P (k + 1) પણ સત્ય છે તેમ સાબિત કર્યું. વળી, P (5) પણ સત્ય છે. આને આધારે તે, વિધાન P (n) .... માટે સત્ય છે તેમ નક્કી કરી શક્યો.

(A) તમામ $n \in \mathbf{N}$ (B) તમામ $n > 5$

(C) તમામ $n \geq 5$ (D) તમામ $n < 5$

ઉકેલ : P(5) સત્ય છે અને જ્યારે વિધાન $k \geq 5$ માટે સત્ય બને તે રીતે P (k) સત્ય છે ત્યારે P(k + 1) પણ સત્ય છે. સાચો વિકલ્પ (C) છે.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે ક્રમાંક 13 અને 14 વાળા પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

ઉદાહરણ 13 : જો P (n) : "$2 \cdot 4^{2n+1} + 3^{3n+1}$ એ $\lambda > 5$ વડે વિભાજ્ય છે. $n \in \mathbf{N}$" સત્ય હોય, તો λ ની કિંમત .... હોઈ શકે.

ઉકેલ : હવે, n = 1 માટે

$$2 \cdot 4^{2+1} + 3^{3+1} = 2 \cdot 4^3 + 3^4 = 2 \cdot 64 + 81 = 128 + 81 = 209,$$

n = 2 માટે, $2 \cdot 4^5 + 3^7 = 8 \cdot 256 + 2187 = 2048 + 2187 = 4235$

નોંધીશું કે, 209 અને 4235 નો ગુ.સા.અ. 11 છે.

આથી, $2 \cdot 4^{2n+1} + 3^{3n+1}$ બંને 11 વડે વિભાજ્ય છે. આથી, λ ની કિંમત 11 છે. જુઓ કે 209 = 1419

ઉદાહરણ 14 : જો P (n) : "$49^n + 16^n + k$ એ 64 વડે વિભાજ્ય છે. $n \in \mathbf{N}$" સત્ય હોય, તો k ની ન્યૂનતમ ઋણ પૂર્ણાંક કિંમત .... હોય.

ઉકેલ : n = 1 માટે, P(1) : 65 + k એ 64 વડે વિભાજ્ય છે.

આથી, k ની ન્યૂનતમ કિંમત – 1 હોય તો, 65 – 1 = 64 મળે જે 64 વડે વિભાજ્ય હોય.

ઉદાહરણ 15 : (ગાણિતિક અનુમાન દ્વારા) વિધાન P(n): $1^2 + 2^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ માટે, નીચે આપેલ સાબિતી સત્ય છે કે અસત્ય તે નક્કી કરો.

ઉકેલ : ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંત પરથી, n = 1 માટે, P(n) સત્ય છે.

$$1^2 = 1 = \frac{1(1+1)(2 \cdot 1+1)}{6}$$

વળી, કોઈ $k \geq 1$ માટે, ધારો કે $k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$.

હવે, આપણે સાબિત કરીએ કે, $(k+1)^2 = \frac{(k+1)((k+1)+1)(2(k+1)+1)}{6}$

ઉકેલ : અસત્ય

કારણ કે, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પર નિર્ધારિત સોપાનમાં તાર્કિક ઉત્કલ્પના અને શું સાબિત કરવું છે તે બંને અસત્ય છે.

સ્વાધ્યાય 4.3

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

1. પ્રત્યેક $n \geq 4$ માટે, વિધાન P(n) સત્ય હોય પરંતુ P(1), P(2) અને P(3) અસત્ય હોય તેવું એક ઉદાહરણ આપો. તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.
2. પ્રત્યેક $n \in$N માટે, વિધાન P(n) સત્ય હોય તેવું એક ઉદાહરણ આપો. તમારા જવાબની યથાર્થતા ચકાસો.

નીચે આપેલાં ક્રમાંક 3 થી 16 વાળા પ્રત્યેક વિધાનને ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંત દ્વારા સાબિત કરો.

3. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $4^n - 1$ એ 3 વડે વિભાજ્ય છે.
4. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $2^{3n} - 1$ એ 7 વડે વિભાજ્ય છે.
5. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $n^3 - 7n + 3$ એ 3 વડે વિભાજ્ય છે.
6. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $3^{2n} - 1$ એ 8 વડે વિભાજ્ય છે.
7. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $7^n - 2^n$ એ 5 વડે વિભાજ્ય છે.
8. કોઈ પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $x^n - y^n$ એ $x - y$ વડે વિભાજ્ય છે, જ્યાં x અને y પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ છે તથા $x \neq y$.
9. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા $n \geq 2$ માટે, $n^3 - n$ એ 6 વડે વિભાજ્ય છે.
10. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $n(n^2 + 5)$ એ 6 વડે વિભાજ્ય છે.
11. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા $n \geq 5$ માટે, $n^2 < 2^n$.
12. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $2n < (n+2)!$
13. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા $n \geq 2$ માટે, $\sqrt{n} < \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{n}}$.
14. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = n^2 + n$.
15. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$.
16. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, $1 + 5 + 9 + \ldots + (4n - 3) = n(2n - 1)$.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

નીચેના પ્રશ્નો માટે, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરો :

17. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા $k \geq 2$ માટે, કોઈ એક શ્રેણી $a_1, a_2, a_3 \ldots$ વ્યાખ્યાયિત છે, જ્યાં $a_1 = 3$ અને $a_k = 7a_{k-1}$ છે, પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ માટે સાબિત કરો કે, $a_n = 3 \cdot 7^{n-1}$.
18. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા k માટે, ધારો કે $b_0 = 5$ અને $b_k = 4 + b_{k-1}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત શ્રેણી $b_0, b_1, b_2 \ldots$ હોય, તો પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા n માટે, ગાણિતિક અનુમાનના સિદ્ધાંત દ્વારા $b_n = 5 + 4n$ સાબિત કરો.

19. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા $k \geq 2$ માટે, ધારો કે $d_1 = 2$ અને $d_k = \frac{d_{k-1}}{k}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત શ્રેણી $d_1, d_2, d_3, ...$ હોય, તો સાબિત કરો કે $d_n = \frac{2}{n!}$, $\forall n \in \mathbf{N}$.

20. સાબિત કરો : $cos\ \alpha + cos\ (\alpha + \beta) + cos\ (\alpha + 2\beta) + ... + cos\ (\alpha + (n-1)\ \beta)$

$$= \frac{cos\left(\alpha + \left(\frac{n-1}{2}\right)\beta\right) sin\left(\frac{n\beta}{2}\right)}{sin\frac{\beta}{2}}; \forall n \in \mathbf{N}$$

21. સાબિત કરો : $cos\ \theta\ cos\ 2\ \theta\ cos 2^2 \theta\ ...\ cos 2^{n-1} \theta = \frac{sin\ 2^n \theta}{2^n\ sin\theta}$, $\forall n \in \mathbf{N}$

22. સાબિત કરો : $sin\ \theta + sin\ 2\ \theta + sin\ 3\ \theta + ... + sin\ n\ \theta = \frac{sin\left(\frac{n\theta}{2}\right) sin\frac{(n+1)}{2}\theta}{sin\frac{\theta}{2}}$ $(\forall n \in \mathbf{N})$

23. $\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15}$ $\forall n \in \mathbf{N}$ એક પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે તેમ સાબિત કરો.

24. પ્રત્યેક પ્રાકૃતિક સંખ્યા $n > 1$ માટે, $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}$ સાબિત કરો.

25. સાબિત કરો : n ભિન્ન ઘટકોને સમાવતા ગણના ઉપગણોની સંખ્યા 2^n છે. $\forall n \in \mathbf{N}$

હેતુલક્ષી પ્રશ્નો

પરિણામી વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી નીચેના ક્રમાંક 26 થી 29 વાળા વિધાનોના જવાબ આપો. :

26. જો $10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + k$ એ 9 વડે વિભાજ્ય છે તેમ $\forall n \in \mathbf{N}$ સત્ય હોય, તો આ ગુણધર્મવાળી ન્યૂનતમ ધન પૂર્ણાંક સંખ્યા k .... હોય.

(A) 5 (B) 3 (C) 7 (D) 1

27. $3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ એ .... વડે વિભાજ્ય છે, $\forall n \in \mathbf{N}$.

(A) 19 (B) 17 (C) 23 (D) 25

28. જો $x^n - 1$ એ $x - k$ વડે વિભાજ્ય હોય, તો k ની ન્યૂનતમ ધન પૂર્ણાંક કિંમત .... હોય.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

29. જો $P(n) : 2n < n!$, $n \in \mathbf{N}$, હોય તો $P(n)$ એ તમામ $n \geq$ .... માટે સત્ય હોય.

નીચેનું વિધાન સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો. તમારા ઉત્તરનું સમર્થન કરો :

30. $P(n)$ એ કોઈ પ્રાકૃતિક ચલનું વિધાન હોય અને કોઈક પ્રાકૃતિક સંખ્યા k માટે, જો $P(k) \Rightarrow P(k+1)$ હોય, તો $P(n)$ $\forall n \in \mathbf{N}$ સત્ય છે.

પ્રકરણ 5

સંકર સંખ્યાઓ અને દ્વિઘાત સમીકરણો

5.1 વિહંગાવલોકન

આપણે જાણીએ છીએ કે કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યાનો વર્ગ હંમેશાં અનૃણ જ હોય. ઉદાહરણ તરીકે, $(4)^2 = 16$ અને $(-4)^2 = 16$. આથી, 16 નું વર્ગમૂળ ± 4 છે. ઋણ સંખ્યાઓના વર્ગમૂળ વિશે શું કહી શકાય ? સ્પષ્ટ વિસ્તરણ કરવું છે કે, ઋણ સંખ્યાને વાસ્તવિક વર્ગમૂળ શક્ય નથી. તેથી આપણે વાસ્તવિક સંખ્યાઓની સંહતિનું એવી કોઈ સંહતિમાં વિસ્તરણ કરવું આવશ્યક છે કે જેથી આપણે ઋણ સંખ્યાઓનું વર્ગમૂળ મેળવી શકીએ. **ઓઇલર** (CE 1707 - CE 1783) -1 નું વર્ગમૂળ સંકેત i વડે દર્શાવનાર સૌપ્રથમ ગણિતશાસ્ત્રી હતો. i.e., $i = \sqrt{-1}$.

5.1.1 કાલ્પનિક સંખ્યાઓ :

ઋણ સંખ્યાના વર્ગમૂળને કાલ્પનિક સંખ્યા કહે છે. ઉદાહરણ તરીકે, $\sqrt{-9} = \sqrt{-1}\sqrt{9} = i3$, $\sqrt{-7} = \sqrt{-1}\sqrt{7} = i\sqrt{7}$

5.1.2 i ની પૂર્ણાંક ઘાત :

$i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$, $i^3 = i^2 i = -i$, $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$

$n > 4$ માટે, i^n ની ગણતરી કરવા, આપણે n ને 4 વડે ભાગીશું અને $n = 4m + r$ સ્વરૂપમાં લખીશું, જ્યાં m એ ભાગફળ અને r શેષ છે $(0 \le r < 4)$.

આથી $$i^n = i^{4m+r} = (i^4)^m . (i)^r = (1)^m (i)^r = i^r$$

ઉદાહરણ તરીકે, $$(i)^{39} = i^{4 \times 9 + 3} = (i^4)^9 . (i)^3 = i^3 = -i$$

અને $$(i)^{-435} = i^{-(4 \times 108 + 3)} = (i)^{-(4 \times 108)} . (i)^{-3}$$

$$= \frac{1}{(i^4)^{108}} \cdot \frac{1}{(i)^3} = \frac{i}{(i)^4} = i$$

(i) જો a અને b ધન વાસ્તવિક સંખ્યાઓ હોય, તો $\sqrt{-a} \times \sqrt{-b} = \sqrt{-1}\sqrt{a} \times \sqrt{-1}\sqrt{b} = i\sqrt{a} \times i\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

(ii) જો a અને b બંને ધન હોય અથવા તે પૈકી ઓછામાં ઓછો કોઈ એક ધન અથવા શૂન્ય હોય, તો $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ તેમ છતાં પણ જો a અને b બંને ઋણ હોય, તો $\sqrt{a}\sqrt{b} \ne \sqrt{ab}$.

અત્રે આપણે સ્વીકારી લીધું છે કે કાલ્પનિક (અન્યથા આગળ જતાં સંકર) સંખ્યાઓ પૂર્ણાંક ઘાતાંકના નિયમને અનુસરે છે.

નોંધ : ખરેખર તો $\sqrt{a}$ સંકેત જ ધન સંખ્યા a ના ધન વર્ગમૂળ માટે જ પ્રયોજિત છે.

5.1.3 સંકર સંખ્યાઓ :

(a) જે સંખ્યાને $a + ib$ સ્વરૂપમાં લખી શકાય, તેને સંકર સંખ્યા કહે છે. અહીં $a, b \in$ R તથા $i = \sqrt{-1}$ છે.

(b) જો $z = a + ib$ સંકર સંખ્યા હોય, તો a અને b ને અનુક્રમે સંકર સંખ્યાના **વાસ્તવિક ભાગ** અને **કાલ્પનિક ભાગ** કહે છે અને તેને $Re\ (z) = a$ તેમજ $Im\ (z) = b$ એમ લખાય છે.

(c) સંકર સંખ્યાઓ માટે '$>$' અને '$<$' જેવા ક્રમ સંબંધ વ્યાખ્યાયિત નથી.

(d) જો કોઈ સંકર સંખ્યાનો કાલ્પનિક ભાગ શૂન્ય હોય, તો તે સંકર સંખ્યાને **શુદ્ધ વાસ્તવિક સંખ્યા** કહે છે અને જો તેનો વાસ્તવિક ભાગ શૂન્ય હોય, તો તેને **શુદ્ધ કાલ્પનિક સંખ્યા** કહે છે. ઉદાહરણ તરીકે, 2 એ શુદ્ધ વાસ્તવિક સંખ્યા છે. કારણ કે, તેનો કાલ્પનિક ભાગ શૂન્ય છે. જ્યારે $3i$ એ શુદ્ધ કાલ્પનિક સંખ્યા છે. કારણ કે તેનો વાસ્તવિક ભાગ શૂન્ય છે.

5.1.4 સંકર સંખ્યાઓનું બીજગણિત :

(a) જો $a = c$ અને $b = d$ હોય, તો બે સંકર સંખ્યાઓ $z_1 = a + ib$ અને $z_2 = c + id$ સમાન છે તેમ કહેવાય.

(b) જો $z_1 = a + ib$ અને $z_2 = c + id$ બે સંકર સંખ્યાઓ હોય, તો $z_1 + z_2 = (a + c) + i\ (b + d)$.

5.1.5 સંકર સંખ્યાઓનો સરવાળો :

સંકર સંખ્યાઓનો સરવાળો નીચેના ગુણધર્મોનું પાલન કરે છે :

1. **સંવૃતતા :** બે સંકર સંખ્યાઓનો સરવાળો પુનઃ સંકર સંખ્યા જ થશે. સંકર સંખ્યાઓનો ગણ સરવાળા માટે સંવૃત છે.
2. **ક્રમનો નિયમ :** કોઈ પણ બે સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે, $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$.
3. **જૂથનો નિયમ :** કોઈ પણ ત્રણ સંકર સંખ્યાઓ z_1, z_2, z_3 માટે, $(z_1 + z_2) + z_3 = z_1 + (z_2 + z_3)$.
4. **સરવાળા માટેના તટસ્થ ઘટકનું અસ્તિત્વ :** એક સંકર સંખ્યા $0 + 0i$ (જેનો સંકેત 0 છે) એવી મળે છે કે જેથી $z + 0 = 0 + z = z$. આ સંકર સંખ્યા 0 ને સરવાળા માટેનો તટસ્થ ઘટક કહે છે.
5. **સરવાળા માટેના વિરોધી ઘટકનું અસ્તિત્વ :** કોઈ પણ સંકર સંખ્યા $z = x + iy$ ને સંગત હંમેશાં સંકર સંખ્યા $-z = -x - iy$ અસ્તિત્વ ધરાવે છે જેથી $z + (-z) = (-z) + z = 0$.

   $-z$ ને સરવાળા માટેનો વિરોધી ઘટક કહે છે.

5.1.6 સંકર સંખ્યાઓનો ગુણાકાર :

ધારો કે $z_1 = a + ib$ અને $z_2 = c + id$ બે સંકર સંખ્યાઓ છે. તેમનો ગુણાકાર $z_1\, z_2$ નીચે પ્રમાણે વ્યાખ્યાયિત થાય છે :

$$z_1 \cdot z_2 = (a + ib)\ (c + id) = (ac - bd) + i\ (ad + bc)$$

સંકર સંખ્યાઓનો ગુણાકાર નીચેના ગુણધર્મોનું પાલન કરે છે :

1. **સંવૃતતા :** બે સંકર સંખ્યાઓનો ગુણાકાર સંકર સંખ્યા થશે. સંકર સંખ્યાઓનો ગણ ગુણાકાર માટે સંવૃત છે.
2. **ક્રમનો નિયમ :** કોઈ પણ બે સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે, $z_1 \cdot z_2 = z_2 \cdot z_1$
3. **જૂથનો નિયમ :** કોઈ પણ ત્રણ સંકર સંખ્યાઓ z_1, z_2 અને z_3 માટે, $(z_1 \cdot z_2) \cdot z_3 = z_1 \cdot (z_2 \cdot z_3)$
4. **ગુણાકાર માટેના તટસ્થ ઘટકનું અસ્તિત્વ :** કોઈ પણ સંકર સંખ્યા $z = x + iy$ માટે, સંકર સંખ્યા $1 = 1 + 0 \cdot i$ અસ્તિત્વ ધરાવે છે જેથી $z \cdot 1 = 1 \cdot z = z$ થાય. સંકર સંખ્યા 1 ને ગુણાકાર માટેનો તટસ્થ ઘટક કહે છે.

5. **ગુણાકાર માટેના વ્યસ્ત ઘટકનું અસ્તિત્વ :** કોઈ પણ શૂન્યેતર સંકર સંખ્યા $z = x + iy$ ને સંગત સંકર સંખ્યા $\frac{1}{z}$ એવી મળે કે જેથી $z \cdot \frac{1}{z} = \frac{1}{z} \cdot z = 1$ તો આ સંકર સંખ્યા $\frac{1}{z}$ ને z નો ગુણાકાર માટેનો વ્યસ્ત ઘટક કહે છે.

$x + iy$ નો વ્યસ્ત ઘટક $= \frac{1}{x+iy} = \frac{x-iy}{x^2+y^2}$.

6. **વિભાજનનો નિયમ :** કોઈ પણ ત્રણ સંકર સંખ્યાઓ z_1, z_2 અને z_3 માટે

$z_1 \cdot (z_2 + z_3) = z_1 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_3$ અને $(z_1 + z_2) \cdot z_3 = z_1 \cdot z_3 + z_2 \cdot z_3$

5.1.7 ધારો કે $z_1 = a + ib$ અને $z_2(\neq 0) = c + id$ છે, તો $z_1 \div z_2 = \frac{z_1}{z_2} = \frac{a+ib}{c+id} = \frac{(ac+bd)}{c^2+d^2} + i\frac{(bc-ad)}{c^2+d^2}$

5.1.8 અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા :

ધારો કે $z = a + ib$ એ સંકર સંખ્યા છે. સંકર સંખ્યાના કાલ્પનિક ભાગનું ચિહ્ન બદલવાથી જે સંકર સંખ્યા મળે તેને આપેલ સંકર સંખ્યાની **અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા** કહે છે અને તેને $\bar{z}$ વડે દર્શાવાય છે એટલે કે, $\bar{z} = a - ib$.

નોંધીશું કે $z = a + ib$ નો વિરોધી ઘટક $-a - ib$ છે, પરંતુ તેની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા $a - ib$ છે.

અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા સંબંધી કેટલાક ગુણધર્મો નીચે પ્રમાણે છે :

1. $\overline{(\bar{z})} = z$
2. $z + \bar{z} = 2\,\text{Re}(z)$, $z - \bar{z} = 2i\,\text{Im}(z)$
3. જો z શુદ્ધ વાસ્તવિક સંખ્યા હોય, તો $z = \bar{z}$
4. $z + \bar{z} = 0 \Leftrightarrow z$ શુદ્ધ કાલ્પનિક સંખ્યા છે.
5. $z \cdot \bar{z} = \{\text{Re}(z)\}^2 + \{\text{Im}(z)\}^2$
6. $\overline{(z_1 + z_2)} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$, $\overline{(z_1 - z_2)} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
7. $\overline{(z_1 \cdot z_2)} = (\bar{z}_1)(\bar{z}_2)$, $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{(\bar{z}_1)}{(\bar{z}_2)}$ $(z_2 \neq 0)$

5.1.9 સંકર સંખ્યાનો માનાંક :

ધારો કે $z = a + ib$ એ સંકર સંખ્યા છે. વાસ્તવિક ભાગના અને કાલ્પનિક ભાગના વર્ગોના સરવાળાના ધન વર્ગમૂળને z નો માનાંક (નિરપેક્ષ કિંમત) કહે છે અને તેને $|z|$ વડે દર્શાવાય છે એટલે કે $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$.

સંકર સંખ્યાઓના ગણમાં $z_1 > z_2$ અથવા $z_1 < z_2$ અર્થહીન છે, પરંતુ $|z_1| > |z_2|$ અથવા $|z_1| < |z_2|$ અર્થપૂર્ણ છે કારણ કે, $|z_1|$ અને $|z_2|$ વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે.

5.1.10 સંકર સંખ્યાના માનાંકના ગુણધર્મો :

1. $|z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$ એટલે કે Re $(z) = 0$ અને Im $(z) = 0$
2. $|z| = |\overline{z}| = |-z|$
3. $-|z| \le \text{Re}(z) \le |z|$ અને $-|z| \le \text{Im}(z) \le |z|$
4. $z \cdot \overline{z} = |z|^2$, $|z^2| = |\overline{z}|^2$
5. $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$, $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$ $(z_2 \ne 0)$
6. $|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2\text{Re}(z_1 \overline{z}_2)$
7. $|z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2\text{Re}(z_1 \overline{z}_2)$
8. $|z_1 + z_2| \le |z_1| + |z_2|$
9. $|z_1 - z_2| \ge ||z_1| - |z_2||$
10. $|az_1 - bz_2|^2 + |bz_1 + az_2|^2 = (a^2 + b^2)(|z_1|^2 + |z_2|^2)$

    વિશેષમાં, $|z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$
11. અગાઉ સૂચવ્યા પ્રમાણે, સંકર સંખ્યા $z = a + ib$ $(\ne 0)$ નો વ્યસ્ત ઘટક $\dfrac{1}{z} = \dfrac{a - ib}{a^2 + b^2} = \dfrac{\overline{z}}{|z|^2}$

5.2 આર્ગન્ડ સમતલ

પરસ્પર કાટખૂણે છેદતા અક્ષોના સંદર્ભમાં યામ-સમતલના અનન્ય બિંદુ P (a, b) ને સંગત અનન્ય સંકર સંખ્યા $z = a + ib$ મળે. સંકર સંખ્યા $0 + 0i$ એ O $(0, 0)$ દ્વારા દર્શાવાય છે. શુદ્ધ વાસ્તવિક સંખ્યા a એટલે કે $(a + 0i)$ નું નિરૂપણ x-અક્ષ પર બિંદુ $(a, 0)$ દ્વારા થાય છે. તેથી **x-અક્ષને વાસ્તવિક અક્ષ** કહે છે. શુદ્ધ કાલ્પનિક સંખ્યા ib એટલે કે, $(0 + ib)$ નું નિરૂપણ y-અક્ષ પર બિંદુ $(0, b)$ દ્વારા થાય છે. આથી, **y-અક્ષને કાલ્પનિક અક્ષ** કહે છે.

આ જ રીતે કોઈ સમતલમાં સંકર સંખ્યાઓનું બિંદુઓ દ્વારા કરાતા નિરૂપણને **આર્ગન્ડ આકૃતિ** કહે છે. જે યામ-સમતલના પ્રત્યેક બિંદુને અનન્ય સંકર સંખ્યા સાથે સંગત કરી શકાય તેને સંકર સમતલ અથવા આર્ગન્ડ સમતલ અથવા ગૉસિયન સમતલ કહે છે.

જો બે સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 નું બિંદુઓ P અને Q દ્વારા સંકર સમતલમાં નિરૂપણ થતું હોય, તો $|z_1 - z_2| = \text{PQ}$

5.2.1 સંકર સંખ્યાનું ધ્રુવીય સ્વરૂપ :

ધારો કે આર્ગન્ડ સમતલમાં શૂન્યેતર સંકર સંખ્યા $z = a + ib$ ને સંગત બિંદુ P છે. જો OP એ x-અક્ષની ધન દિશા સાથે θ માપનો ખૂણો બનાવે તો $z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$ને સંકર સંખ્યાનું ધ્રુવીય સ્વરૂપ કહે છે, જ્યાં $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ અને $\tan\theta = \dfrac{b}{a}$. અહીં θ ને z નો કોણાંક કહે છે અને તેને સંકેતમાં $arg\,(z) = \theta$ એમ લખાય છે.

જો $-\pi < \theta \le \pi$ હોય તો θ ને z નો મુખ્ય કોણાંક કહે છે અને તે અનન્ય છે.

$$arg\,(z_1z_2) = arg\,(z_1) + arg\,(z_2)$$

$$arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = arg\,(z_1) - arg\,(z_2)$$

5.2.2 દ્વિઘાત સમીકરણનો ઉકેલ :

કોઈ સંખ્યાઓ a, b અને c (વાસ્તવિક અથવા કાલ્પનિક, $a \neq 0$) માટે સમીકરણ $ax^2 + bx + c = 0$ ને ચલ x માં વ્યાપક દ્વિઘાત સમીકરણ કહે છે. ચલની જે કિંમતો આપેલ સમીકરણનું સમાધાન કરે તેને સમીકરણનાં બીજ કહે છે.

વાસ્તવિક સહગુણકો ધરાવતા દ્વિઘાત સમીકરણ $ax^2 + bx + c = 0$ ને બે બીજ $\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ અને $\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ હોય છે $D = b^2 - 4ac$ સમીકરણનો વિવેચક છે.

નોંધ :

1. જો $D = 0$ હોય તો આપેલ દ્વિઘાત સમીકરણનાં બીજ વાસ્તવિક અને સમાન હોય અને $D > 0$ હોય ત્યારે બીજ વાસ્તવિક અને અસમાન હોય.
   વધુમાં, જો $a, b, c \in \mathbf{Q}$ અને D એ કોઈ શૂન્યેતર સંમેય સંખ્યાનો વર્ગ હોય તો સમીકરણનાં બીજ સંમેય અને અસમાન હોય તથા જો $a, b, c \in \mathbf{Q}$ અને D એ કોઈ સંમેય સંખ્યાનો વર્ગ ન હોય તો સમીકરણનાં બીજ અસંમેય હોય તથા તે અનુબદ્ધની જોડમાં હોય.
   $D < 0$ હોય તો દ્વિઘાત સમીકરણને વાસ્તવિક બીજ હોતાં નથી અથવા સંકર બીજ મળે છે.
2. દ્વિઘાત સમીકરણ $ax^2 + bx + c = 0$ નાં બીજ α અને β હોય, તો
   બીજોનો સરવાળો $= (\alpha + \beta) = \frac{-b}{a}$ તથા બીજોનો ગુણાકાર $= \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$.
3. ધારો કે, s અને p અનુક્રમે કોઈ દ્વિઘાત સમીકરણનાં બીજનો સરવાળો અને ગુણાકાર દર્શાવતા હોય, તો આ બીજ દ્વારા રચાતું દ્વિઘાત સમીકરણ $x^2 - sx + p = 0$ હોય.

5.2 ઉદાહરણો

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 1 : $(1 + i)^6 + (1 - i)^3$ ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : $(1 + i)^6 = \{(1 + i)^2\}^3 = (1 + i^2 + 2i)^3 = (1 - 1 + 2i)^3 = 8\,i^3 = -8i$

અને $(1 - i)^3 = 1 - i^3 - 3i + 3i^2 = 1 + i - 3i - 3 = -2 - 2i$

$\therefore \quad (1 + i)^6 + (1 - i)^3 = -8i - 2 - 2i = -2 - 10i$

ઉદાહરણ 2 : જો $(x+iy)^{\frac{1}{3}} = a + ib$, $x, y, a, b \in R$ હોય, તો સાબિત કરો કે $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = -2\,(a^2 + b^2)$

ઉકેલ : $(x+iy)^{\frac{1}{3}} = a + ib \Rightarrow x + iy = (a + ib)^3$

એટલે કે, $x + iy = a^3 + i^3\,b^3 + 3iab\,(a + ib)$

$= a^3 - ib^3 + i3a^2b - 3ab^2$

$= a^3 - 3ab^2 + i\,(3a^2b - b^3)$

$\Rightarrow \quad x = a^3 - 3ab^2$ અને $y = 3a^2b - b^3$

$\therefore$ $\frac{x}{a} = a^2 - 3b^2$ અને $\frac{y}{b} = 3a^2 - b^2$

આથી, $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = a^2 - 3b^2 - 3a^2 + b^2 = -2a^2 - 2b^2 = -2(a^2 + b^2)$.

ઉદાહરણ 3 : સમીકરણ $z^2 = \overline{z}$ ઉકેલો, જ્યાં $z = x + iy$

ઉકેલ : $z^2 = \overline{z} \Rightarrow x^2 - y^2 + i2xy = x - iy$

આથી $x^2 - y^2 = x$ .. (1)

અને $2xy = -y$ .. (2)

(2) પરથી, $y = 0$ અથવા $x = -\frac{1}{2}$

જ્યારે $y = 0$ હોય તો (1) પરથી $x^2 - x = 0$ એટલે કે, $x = 0$ અથવા $x = 1$.

જ્યારે $x = -\frac{1}{2}$ હોય ત્યારે (1) પરથી $y^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ અથવા $y^2 = \frac{3}{4}$ એટલે કે, $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

આથી, આપેલ સમીકરણના ઉકેલો : $0 + i0,\ 1 + i0,\ -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2},\ -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ છે.

ઉદાહરણ 4 : જો $\frac{2z+1}{iz+1}$ નો કાલ્પનિક ભાગ -2 હોય, તો દર્શાવો કે z ના બિંદુગણનું આર્ગન્ડ સમતલમાં નિરૂપણ એક રેખા છે.

ઉકેલ : ધારો કે $z = x + iy$. $\frac{2z+1}{iz+1} = \frac{2(x+iy)+1}{i(x+iy)+1}$

$$= \frac{(2x+1)+i2y}{(1-y)+ix}$$

$$= \frac{\{(2x+1)+i2y\}}{\{(1-y)+ix\}} \times \frac{\{(1-y)-ix\}}{\{(1-y)-ix\}}$$

$$= \frac{(2x+1-y)+i(2y-2y^2-2x^2-x)}{1+y^2-2y+x^2}$$

આમ, $\mathrm{Im}\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = \frac{2y-2y^2-2x^2-x}{1+y^2-2y+x^2}$

પરંતુ $\mathrm{Im}\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = -2$

તેથી, $\frac{2y-2y^2-2x^2-x}{1+y^2-2y+x^2} = -2$

$\therefore$ $2y - 2y^2 - 2x^2 - x = -2 - 2y^2 + 4y - 2x^2$

એટલે કે, $x + 2y - 2 = 0$ એ રેખાનું સમીકરણ છે.

ઉદાહરણ 5 : જો $\left|z^2-1\right|=\left|z\right|^2+1$ હોય, તો દર્શાવો કે, z કાલ્પનિક અક્ષ પર છે.

ઉકેલ : ધારો કે $z = x + iy$ છે.

$\therefore \quad |z^2 - 1| = |z|^2 + 1$

$\therefore \quad \left|x^2-y^2-1+i\,2xy\right|=\left|x+iy\right|^2+1$

$\therefore \quad (x^2 - y^2 - 1)^2 + 4x^2y^2 = (x^2 + y^2 + 1)^2$

$\Rightarrow (x^2-y^2)^2 - 2(x^2 - y^2) + 1 + 4x^2y^2 = (x^2 + y^2)^2 + 2(x^2 + y^2) + 1$

$\therefore \quad 4x^2 = 0 \quad$ i.e., $\quad x = 0$

$\therefore \quad z$ એ કાલ્પનિક y-અક્ષ પર છે.

ઉદાહરણ 6 : બે સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 એવી મળે કે જેથી $\bar{z}_1+i\bar{z}_2=0$ અને $arg\,(z_1\,z_2) = \pi$ હોય, તો $arg\,(z_1)$ શોધો.

ઉકેલ : $\bar{z}_1+i\bar{z}_2=0$ આપેલ છે. આથી $\overline{\bar{z}_1+i\bar{z}_2} = 0$ એટલે કે $z_1 - i z_2 = 0$ $\Rightarrow z_1 = i z_2$

$\Rightarrow iz_1 = i^2 z_2$

$\Rightarrow -z_2 = i z_1$

$\Rightarrow z_2 = -i z_1$

આમ, $\quad arg\,(z_1\,z_2) = arg\,z_1 + arg\,(-i z_1) = \pi$ **(આપેલ છે.)**

$\Rightarrow \quad arg\,(-i z_1^2) = \pi$

$\Rightarrow \quad arg\,(-i) + arg\,(z_1^2) = \pi$

$\Rightarrow \quad arg\,(-i) + 2\,arg\,(z_1) = \pi$

$\Rightarrow \quad \frac{-\pi}{2} + 2\,arg\,(z_1) = \pi$

$\Rightarrow \quad arg\,(z_1) = \frac{3\pi}{4}$

ઉદાહરણ 7 : જો બે શૂન્યેતર સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$ હોય, તો સાબિત કરો કે $arg\,(z_1) - arg\,(z_2) = 0$.

ઉકેલ ધારો કે, $z_1 = r_1\,(cos\,\theta_1 + i\,sin\,\theta_1)$ અને $z_2 = r_2\,(cos\,\theta_2 + i\,sin\,\theta_2)$

જ્યાં $\quad r_1 = |z_1|,\ arg\,(z_1) = \theta_1,\ r_2 = |z_2|,\ arg\,(z_2) = \theta_2$.

હવે, $\quad |z_1+z_2| = |z_1|+|z_2| \Rightarrow |r_1\,(cos\theta_1+i\,sin\,\theta_1)+r_2\,(cos\theta_2+i\,sin\theta_2)|=r_1+r_2$

$\Rightarrow |r_1\,cos\theta_1+r_2\,cos\,\theta_2+i(r_1\,sin\theta_1+r_2\,sin\theta_2)|^2=r_1^2+2r_1\,r_2+r_2^2$

$\Rightarrow r_1^2+r_2^2+2r_1r_2\,cos\,(\theta_1-\theta_2)=(r_1+r_2)^2$

$\Rightarrow cos\,(\theta_1 - \theta_2) = 1$

$\Rightarrow \theta_1 = \theta_2$ i.e. $arg\,z_1 = arg\,z_2$

ઉદાહરણ 8 : સંકર સંખ્યાઓ z_1, z_2, z_3 માટે જો $|z_1| = |z_2| = |z_3| = \left|\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}\right| = 1$ હોય, તો $|z_1 + z_2 + z_3|$ ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$

$$\Rightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 = |z_3|^2 = 1$$

$$\Rightarrow z_1 \overline{z}_1 = z_2 \overline{z}_2 = z_3 \overline{z}_3 = 1$$

$$\Rightarrow \overline{z}_1 = \frac{1}{z_1}, \overline{z}_2 = \frac{1}{z_2}, \overline{z}_3 = \frac{1}{z_3}$$

$\left|\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}\right| = 1$ આપેલ છે.

$\therefore$ $|\overline{z}_1 + \overline{z}_2 + \overline{z}_3| = 1$ એટલે કે, $|\overline{z_1 + z_2 + z_3}| = 1$

$\Rightarrow$ $|z_1 + z_2 + z_3| = 1$

ઉદાહરણ 9 : જો કોઈ સંકર સંખ્યા z એ $(-4, 0)$ કેન્દ્રવાળા અને 3 એકમ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના અંદરના ભાગમાં અથવા વર્તુળના પરિઘ પર હોય તો $|z+1|$ ની મહત્તમ તથા ન્યૂનતમ કિંમત શોધો.

ઉકેલ : વર્તુળના કેન્દ્રથી z નું નિરૂપણ કરતાં બિંદુ સુધીનું અંતર $|z-(-4+i0)| = |z+4|$.

આપેલ શરત અનુસાર, $|z+4| \le 3$. **... (1)**

હવે $|z+1| = |z+4-3| \le |z+4| + |-3| \le 3+3=6$

આથી $|z + 1|$ ની મહત્તમ કિંમત 6 છે.

(**નોંધ :** $z = -7$ એ શરત (1) નું પાલન કરે છે તથા $|-7+1| = 6$. $z = -1$ માટે $|z+4| = 3 \le 3$ દર્શાવે છે.

વળી, સંકર સંખ્યાના માનાંકની ન્યૂનતમ કિંમત 0 છે. આથી $|z+1|$ ની ન્યૂનતમ કિંમત 0 છે.

ઉદાહરણ 10 : $3 < |z| < 4$ શરતોનું પાલન કરતાં બિંદુઓનાં સ્થાન નિશ્ચિત કરો.

ઉકેલ : $|z| < 4 \Rightarrow x^2 + y^2 < 16$. આ ઊગમબિંદુ કેન્દ્રવાળા અને 4 એકમ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળના અંદરનો ભાગ અને $|z| > 3 \Rightarrow x^2 + y^2 > 9$ આ ઊગમબિંદુ કેન્દ્રવાળા અને 3 એકમ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળનો બહિર્ભાગ દર્શાવે છે. આથી, $3 < |z| < 4$ એ બે વર્તુળો $x^2 + y^2 = 9$ અને $x^2 + y^2 = 16$ ની વચ્ચેનો ભાગ છે.

ઉદાહરણ 11 : જ્યારે $x = -2 - \sqrt{3}\,i$ હોય, ત્યારે $2x^4 + 5x^3 + 7x^2 - x + 41$ ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : $x + 2 = -\sqrt{3}\,i \Rightarrow x^2 + 4x + 7 = 0$

આથી, $2x^4 + 5x^3 + 7x^2 - x + 41 = (x^2 + 4x + 7)(2x^2 - 3x + 5) + 6$ **(ભાગાકાર કરતાં)**

$= 0 \times (2x^2 - 3x + 5) + 6 = 6$

ઉદાહરણ 12 : સમીકરણ $x^2 - px + 8 = 0$ નાં બીજનો તફાવત 2 હોય, તો p ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે સમીકરણ $x^2 - px + 8 = 0$ નાં બીજ α અને β છે.

આથી, $\alpha + \beta = p$ અને $\alpha \cdot \beta = 8$.

હવે $|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$

$\therefore \quad 2 = \sqrt{p^2 - 32}$

$\therefore \quad p^2 - 32 = 4$ એટલે કે, $p = \pm 6$.

ઉદાહરણ 13 : સમીકરણ $x^2 - (a-2)x - (a+1) = 0$ નાં બીજના વર્ગોનો સરવાળો ન્યૂનતમ હોય, તો a ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, આપેલ સમીકરણનાં બીજ α અને β છે.

આથી, $\alpha + \beta = a - 2$ અને $\alpha\beta = -(a+1)$

હવે
$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$$
$$= (a-2)^2 + 2(a+1)$$
$$= (a-1)^2 + 5$$

આથી, $\alpha^2 + \beta^2$ ન્યૂનતમ થવા માટે, $(a-1)^2 = 0$ એટલે કે, $a = 1$.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 14 : જો સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે, $|1-\bar{z}_1 z_2|^2 - |z_1 - z_2|^2 = k(1-|z_1|^2)(1-|z_2|^2)$ હોય, તો k ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : ડા.બા.$= |1-\bar{z}_1 z_2|^2 - |z_1 - z_2|^2$

$$= (1-\bar{z}_1 z_2)\,\overline{(1-\bar{z}_1 z_2)} - (z_1 - z_2)\,\overline{(z_1 - z_2)}$$
$$= (1-\bar{z}_1 z_2)\,(1 - z_1 \bar{z}_2) - (z_1 - z_2)(\bar{z}_1 - \bar{z}_2)$$
$$= 1 + z_1\,\bar{z}_1\,z_2\bar{z}_2 - z_1\bar{z}_1 - z_2\bar{z}_2$$
$$= 1 + |z_1|^2 \cdot |z_2|^2 - |z_1|^2 - |z_2|^2$$
$$= (1-|z_1|^2)\,(1-|z_2|^2)$$

જ.બા $= k\,(1 - |z_1|^2)\,(1-|z_2|^2)$

$\Rightarrow \quad k = 1$ (જમણી અને ડાબી બાજુ સરખાવતાં)

(**નોંધ :** $|z_1| = 1$ અથવા $|z_2| = 1$ હોય તો બંને બાજુ શૂન્ય થઈ જાય અને k નું કોઈ પણ વાસ્તવિક મૂલ્ય ચાલે.)

ઉદાહરણ 15 જો સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 બંને $z + \bar{z} = 2|z-1|$; $arg\,(z_1 - z_2) = \frac{\pi}{4}$ નું સમાધાન કરે, તો $Im\,(z_1 + z_2)$ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે, $z = x + iy$, $z_1 = x_1 + iy_1$ અને $z_2 = x_2 + iy_2$.

હવે $\quad z + \bar{z} = 2|z-1|$

$\Rightarrow \quad (x+iy) + (x-iy) = 2\,|x-1+iy|$

$\Rightarrow \quad x^2 = [(x-1)^2 + y^2]$

$\Rightarrow \quad 2x = 1 + y^2 \qquad$ ... (1)

વળી, z_1 અને z_2 બંને (1) નું સમાધાન કરે છે. આપણી પાસે,

$2x_1 = 1 + y_1^2$ અને $2x_2 = 1 + y_2^2$ છે.

$\therefore 2\,(x_1 - x_2) = (y_1 + y_2)\,(y_1 - y_2)$

$$\therefore 2 = (y_1 + y_2)\left(\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}\right) \qquad \text{... (2)}$$

વળી, $z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i\,(y_1 - y_2)$

આથી, $tan\ \theta = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$, જ્યાં $\theta = arg\,(z_1 - z_2)$

$\therefore$ $tan\ \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ $\left(\text{કારણ કે } \theta = \dfrac{\pi}{4}\right)$

એટલે કે, $1 = \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

(2) પરથી, આપણને $2 = y_1 + y_2$ મળે. એટલે કે $Im\,(z_1 + z_2) = 2$

હેતુલક્ષી પ્રકારના પ્રશ્નો

ઉદાહરણ 16 : વિધાન સત્ય બને તે રીતે નીચેના પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

(i) $3i^3 - 2ai^2 + (1 - a)i + 5$ વાસ્તવિક હોય, તો 'a' ની કિંમત .... છે.

(ii) જો $|z| = 2$ અને $arg\,(z) = \dfrac{\pi}{4}$ હોય, તો $z =$ ....

(iii) $arg\,(z) = \dfrac{\pi}{3}$ નું સમાધાન કરે તેવા z નો બિંદુગણ .... છે.

(iv) $(-\sqrt{-1})^{4n-3}$; $n \in \mathbf{N}$ ની કિંમત .... છે.

(v) $a + bi$ સ્વરૂપમાં સંકર સંખ્યા $\dfrac{1-i}{1+i}$ ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા .... છે.

(vi) જો કોઈ સંકર સંખ્યા તૃતીય ચરણમાં હોય, તો તેની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા .... ચરણમાં હોય.

(vii) જો $(2 + i)(2 + 2i)(2 + 3i) \ldots (2 + ni) = x + iy$ હોય, તો $5 \cdot 8 \cdot 13 \ldots (4 + n^2) =$ ....

ઉકેલ : (i) $3i^3 - 2ai^2 + (1 - a)i + 5 = -3i + 2a + 5 + (1 - a)i = 2a + 5 + (-a - 2)\,i$

વાસ્તવિક છે. આથી, $-a - 2 = 0$ એટલે કે, $a = -2$.

(ii) $z = |z|\left(cos\dfrac{\pi}{4} + i\,sin\dfrac{\pi}{4}\right) = 2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + i\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{2}\,(1+i)$

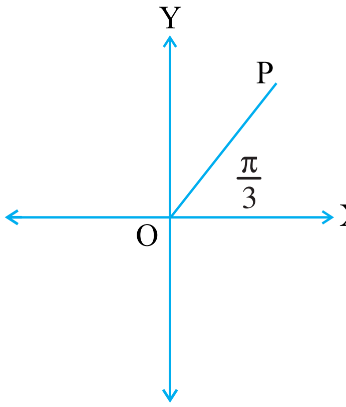
(iii) ધારો કે, $z = x + iy$. આથી z નું ધ્રુવીય સ્વરૂપ $z = r\,(cos\ \theta + i\ sin\ \theta)$ છે જ્યાં અહીં $tan\ \theta = \dfrac{y}{x}$

અને $\theta = arg\,(z) = \dfrac{\pi}{3}$ આપેલ છે. આથી,

$tan\ \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{y}{x} \Rightarrow y = \sqrt{3}x$, જ્યાં $x > 0, y > 0$.

આથી z નો બિંદુગણ એ $y = \sqrt{3}x$ નો ઊગમબિંદુ સિવાયનો પ્રથમ ચરણનો ભાગ છે.

ખૂલ્લું કિરણ $\overrightarrow{OP}$ ઉકેલ છે.



આકૃતિ 5.1

(iv) અહીં $(-\sqrt{-1})^{4n-3} = (-i)^{4n-3} = (-i)^{4n}\ (-i)^{-3} = \dfrac{1}{(-i)^3} = \dfrac{1}{-i^3} = \dfrac{1}{i} = \dfrac{i}{i^2} = -i$

(v) $\dfrac{1-i}{1+i} = \dfrac{1-i}{1+i} \times \dfrac{1-i}{1-i} = \dfrac{1+i^2-2i}{1-i^2} = \dfrac{1-1-2i}{1+1} = -i$

$\therefore$ આથી, $\dfrac{1-i}{1+i}$ ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા i છે.

(**નોંધ :** શરત $a + bi$ સ્વરૂપે ન આપી હોય તો જવાબ $\dfrac{1+i}{1-i}$ પણ થાય.)

(vi) સંકર સંખ્યાની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા એ x-અક્ષમાં આપેલ સંકર સંખ્યાનું પ્રતિબિંબ છે. આથી, જો સંકર સંખ્યા તૃતીય ચરણમાં હોય, તો તેનું પ્રતિબિંબ દ્વિતીય ચરણમાં હોય.

(vii) $(2 + i)\ (2 + 2i)\ (2 + 3i)\ ...\ (2 + ni) = x + iy$ આપેલ છે. ... (1)

$\Rightarrow \quad \overline{(2+i)}\ \overline{(2+2i)}\ \overline{(2+3i)}...\overline{(2+ni)} = \overline{(x+iy)} = (x-iy)$

એટલે કે, $(2 - i)\ (2 - 2i)\ (2 - 3i)\ ...\ (2 - ni) = x - iy$ ... (2)

(1) તથા (2) ની બંને બાજુનો ગુણાકાર લેતાં, $5{\cdot}8{\cdot}13\ ...\ (4 + n^2) = x^2 + y^2$.

અથવા $|2 + i|^2\ |2 + 2i|^2 ...\ |2 + ni|^2 = x^2 + y^2$

$\therefore\ 5{\cdot}8{\cdot}13{\cdot}\ ...\ (n^2 + 4) = x^2 + y^2$

ઉદાહરણ 17 : નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો

(i) શૂન્યેતર સંકર સંખ્યાનો i સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવે, તો સંકર સંખ્યા દર્શાવતું કિરણ વિષમઘડી દિશામાં કાટખૂણે ભ્રમણ કરે છે.

(ii) કોઈક θ માટે સંકર સંખ્યા $cos\theta + i\, sin\theta$ શૂન્ય હોઈ શકે.

(iii) જો કોઈ સંકર સંખ્યા તેની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા સાથે સંપાતી હોય, તો તે સંખ્યા કાલ્પનિક અક્ષ પર હોય.

(iv) સંકર સંખ્યા $z = (1 + i\sqrt{3})\ (1 + i)\ (cos\ \theta + i\ sin\ \theta)$ નો કોણાંક $\dfrac{7\pi}{12} + \theta$ છે.

(v) $|z+1| < |z-1|$ થાય તેવી સંકર સંખ્યા z નું નિરૂપણ કરતાં બિંદુઓ, વર્તુળના અંદરના ભાગમાં છે.

(vi) જો કોઈ ત્રણ સંકર સંખ્યાઓ z_1, z_2, z_3 સમાંતર શ્રેણીમાં હોય, તો તે સંકર સમતલમાં વર્તુળ પર હોય.

(vii) જો n ધન પૂર્ણાંક હોય તો, $i^n + (i)^{n+1} + (i)^{n+2} + (i)^{n+3}$ ની કિંમત 0 છે.

ઉકેલ :

(i) સત્ય. ધારો કે, સંકર સંખ્યા $z = 2 + 3i$ એ કિરણ OP દ્વારા દર્શાવાય છે. આથી, $iz = -3 + 2i$ તે કિરણ OQ દ્વારા દર્શાવાય છે. જો કિરણ OP એ વિષમઘડી દિશામાં કાટખૂણે પરિભ્રમણ કરે તો તે કિરણ OQ સાથે સંપાતી થાય.

$z = x + iy = (x, y)$ તો $iz = -y + ix = (-y, x)$

(ii) અસત્ય. કારણ કે, $cos\theta + isin\theta = 0 \Rightarrow cos\theta = 0$ અને $sin\theta = 0$, પરંતુ θ ની કોઈ કિંમત માટે $cos\theta$ અને $sin\theta$ બંને શૂન્ય નથી.

(iii) અસત્ય. કારણ કે, $x + iy = x - iy \Rightarrow y = 0 \Rightarrow$ સંકર સંખ્યા વાસ્તવિક અક્ષ પર છે.

(iv) સત્ય. $arg\ (z) \approx arg\ (1 + i\sqrt{3}) + arg\ (1 + i) + arg\ (cos\theta + isin\theta)$

$\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\pi}{4} + \theta = \dfrac{7\pi}{12} + \theta$

(v) અસત્ય. કારણ કે, $|x+iy+1| < |x+iy-1|$

$\Rightarrow \quad (x+1)^2 + y^2 < (x-1)^2 + y^2$

$\Rightarrow \quad 4x < 0.$

આ પ્રદેશ આર્ગન્ડ સમતલનો y-અક્ષની ડાબી બાજુનો ખૂલ્લો અર્ધતલ છે.

(vi) z_1, z_2, z_3 સમાંતર શ્રેણીમાં હોય તો $z_2 = \dfrac{z_1 + z_3}{2}$. આથી, z_1, z_2, z_3 સમરેખ બિંદુઓ છે.

(vii) સત્ય. કારણ કે $i^n + (i)^{n+1} + (i)^{n+2} + (i)^{n+3}$

$= i^n (1 + i + i^2 + i^3) = i^n (1 + i - 1 - i) = i^n (0) = 0$

ઉદાહરણ 18 : વિભાગ I ની અભિવ્યક્તિને વિભાગ II ની અભિવ્યક્તિ સાથે એવી રીતે જોડો કે જેથી ફલિત વિધાન સત્ય બને.

વિભાગ I	વિભાગ II
(a) $1+i^2 + i^4 + i^6 + \ldots i^{20}$ ની કિંમત .... છે.	(i) શુદ્ધ કાલ્પનિક સંકર સંખ્યા
(b) i^{-1097} ની કિંમત .... છે.	(ii) શુદ્ધ વાસ્તવિક સંખ્યા
(c) $1+i$ ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા .... ચરણમાં છે.	(iii) દ્વિતીય
(d) $\dfrac{1+2i}{1-i}$ .... ચરણમાં છે.	(iv) ચતુર્થ
(e) જો $a, b, c \in R$ અને $b^2 - 4ac < 0$ હોય, તો $ax^2 + bx + c = 0$ નાં બીજ વાસ્તવિક નથી (સંકર હોય) અને	(v) અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યાઓની જોડ હોય તો આવશ્યક નથી.
(f) જો $a, b, c \in R$ અને $b^2 - 4ac > 0$ હોય તથા $b^2 - 4ac$ એ કોઈ સંખ્યાનો પૂર્ણવર્ગ હોય, તો સમીકરણ $ax^2 + bx + c = 0$ નાં બીજ	(vi) અનુબદ્ધ સંખ્યાઓની જોડ હોય છે.

ઉકેલ : (a) $\Leftrightarrow$ (ii), કારણ કે $1 + i^2 + i^4 + i^6 + \ldots + i^{20}$

$= 1 - 1 + 1 - 1 + \ldots + 1 = 1$ શુદ્ધ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.

(b) $\Leftrightarrow$ (i), કારણ કે $i^{-1097} = \dfrac{1}{(i)^{1097}} = \dfrac{1}{i^{4\times274+1}} = \dfrac{1}{\{(i)^4\}^{274}(i)} = \dfrac{1}{i} = \dfrac{i}{i^2} = -i$

શુદ્ધ કાલ્પનિક સંકર સંખ્યા છે.

(c) $\Leftrightarrow$ (iv), $1 + i$ ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા $1 - i$ છે. તે બિંદુ $(1, -1)$ દ્વારા આલેખાય છે તે બિંદુ ચતુર્થ ચરણમાં છે.

(d) $\Leftrightarrow$ (iii), કારણ કે $\dfrac{1+2i}{1-i} = \dfrac{1+2i}{1-i} \times \dfrac{1+i}{1+i} = \dfrac{-1+3i}{2} = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$ આ બિંદુ $\left(-\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$ છે તથા તે બિંદુ દ્વિતીય ચરણમાં છે.

(e) $\Leftrightarrow$ (vi), જો $b^2 - 4ac < 0$ તો $D < 0$ તથા D નું વર્ગમૂળ કાલ્પનિક સંખ્યા છે. આથી,

બીજ $x = \dfrac{-b \pm \text{શુદ્ધ કાલ્પનિક સંખ્યા}}{2a}$ એટલે કે, બીજ અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યાઓની જોડ છે.

(f) $\Leftrightarrow$ (v), સમીકરણ $x^2 - (5 + \sqrt{2})x + 5\sqrt{2} = 0$ નો વિચાર કરીએ, તો $a = 1$, $b = -(5 + \sqrt{2})$, $c = 5\sqrt{2}$ મળે. સ્પષ્ટ છે કે, $a, b, c \in$ R.

હવે, $D = b^2 - 4ac = \{-(5 + \sqrt{2})\}^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5\sqrt{2} = (5 - \sqrt{2})^2$

આથી, $x = \dfrac{5 + \sqrt{2} \pm (5 - \sqrt{2})}{2} = 5, \sqrt{2}$ જે અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યાઓની જોડ નથી.

ઉદાહરણ 19 : $\dfrac{i^{4n+1} - i^{4n-1}}{2}$ ની કિંમત શું મળે ?

ઉકેલ : i, કારણ કે $\dfrac{i^{4n+1} - i^{4n-1}}{2} = \dfrac{i^{4n}i - i^{4n}i^{-1}}{2}$

$$= \frac{i - \frac{1}{i}}{2} = \frac{i^2 - 1}{2i} = \frac{-2}{2i} = i$$

ઉદાહરણ 20 : $(1 + i)^{2n} = (1 - i)^{2n}$ બને તે માટે, n ની ન્યૂનતમ ધન પૂર્ણાંક કિંમત શું હોઈ શકે ?

ઉકેલ : $n = 2$, કારણ કે $(1 + i)^{2n} = (1 - i)^{2n} \Rightarrow \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2n} = 1 \Rightarrow \left[\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2\right]^n = 1 \Rightarrow (-1)^n = 1$

$n = 2$ હોય ત્યારે આ શક્ય બને

ઉદાહરણ 21 : $3 + \sqrt{7}\,i$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા મેળવો.

ઉકેલ : z ની વ્યસ્ત સંખ્યા $= \dfrac{\bar{z}}{|z|^2}$

આથી, $3 + \sqrt{7}\,i$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા $= \dfrac{3 - \sqrt{7}\,i}{16} = \dfrac{3}{16} - \dfrac{\sqrt{7}\,i}{16}$

ઉદાહરણ 22 : જો $z_1 = \sqrt{3} + i\sqrt{3}$ અને $z_2 = \sqrt{3} + i$ હોય, તો $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)$ કયા ચરણમાં હોય તે નક્કી કરો.

ઉકેલ : $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{\sqrt{3} + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} + i} = \left(\dfrac{3 + \sqrt{3}}{4}\right) + \left(\dfrac{3 - \sqrt{3}}{4}\right)i$

આ પ્રથમ ચરણનું બિંદુ છે.

ઉદાહરણ 23 : $\dfrac{\sqrt{5+12i} + \sqrt{5-12i}}{\sqrt{5+12i} - \sqrt{5-12i}}$ ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા કઈ હશે તે શોધો. **($a + bi$ સ્વરૂપમાં)**

ઉકેલ : ધારો કે, $z = \dfrac{\sqrt{5+12i} + \sqrt{5-12i}}{\sqrt{5+12i} - \sqrt{5-12i}} \times \dfrac{\sqrt{5+12i} + \sqrt{5-12i}}{\sqrt{5+12i} + \sqrt{5-12i}}$

$$= \frac{5 + 12i + 5 - 12i + 2\sqrt{25 + 144}}{5 + 12i - 5 + 12i} = \frac{3}{2i} = \frac{3i}{-2} = 0 - \frac{3}{2}i$$

આથી z ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા $= 0 + \dfrac{3}{2}i$ છે.

ઉદાહરણ 24 : $1 - i$ ના મુખ્ય કોણાંકની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે $1 - i$ નો મુખ્ય કોણાંક θ છે. વળી,

$$tan\ \theta = -1 \Rightarrow tan\ \theta = tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}, \text{ કારણ કે } -\pi < -\frac{\pi}{4} \le \pi$$

અથવા $r\ cos\ \theta = 1, r\ sin\ \theta = -1 \Rightarrow r = \sqrt{2}, cos\ \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, sin\ \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = \frac{-\pi}{4}$

આથી મુખ્ય કોણાંક $-\frac{\pi}{4}$ છે.

ઉદાહરણ 25 : સંકર સંખ્યા $(i^{25})^3$ નું ધ્રુવીય સ્વરૂપ મેળવો.

ઉકેલ : $z = (i^{25})^3 = (i)^{75} = i^{4\times18+3} = (i^4)^{18}\ (i)^3 = i^3 = -i = 0 - i$

ધ્રુવીય સ્વરૂપ $z = r\ (cos\ \theta + i\ sin\theta)$

$$= 1\left\{cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\ sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right\}$$

$$= cos\frac{\pi}{2} - i\ sin\frac{\pi}{2}$$

ઉદાહરણ 26 : $z - 2 - 3i$ નો કોણાંક $\frac{\pi}{4}$ હોય, તો z નો બિંદુગણ શોધો.

ઉકેલ : ધારો કે $z = x + iy$. વળી, $z - 2 - 3i = (x - 2) + i\ (y - 3)$

ધારો કે $z - 2 - 3i$ નો કોણાંક θ છે.

$$tan\theta = \frac{y-3}{x-2}$$

$$\therefore \quad tan\frac{\pi}{4} = \frac{y-3}{x-2} \qquad \left(\theta = \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\therefore \quad 1 = \frac{y-3}{x-2} \text{ i.e. } x - y + 1 = 0$$

આથી z નો બિંદુગણ એક રેખા દર્શાવે છે.

ઉદાહરણ 27 : જો $1 - i$ એ સમીકરણ $x^2 + ax + b = 0$ નું બીજ હોય, જ્યાં $a, b \in \mathbf{R}$ તો a અને b ની કિંમત શોધો.

ઉકેલ : બીજનો સરવાળો $\frac{-a}{1} = (1 - i) + (1 + i) \Rightarrow a = -2$.

(અવાસ્તવિક સંકર બીજ અનુબદ્ધની જોડમાં હોય. આથી બીજું બીજ $1 + i$ છે.)

બીજનો ગુણાકાર $\frac{b}{1} = (1-i)\ (1+i) \Rightarrow b = 2$

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલા ચાર વિકલ્પોમાંથી યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 28 થી 33 વાળા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

ઉદાહરણ 28 : $1 + i^2 + i^4 + i^6 + ... + i^{2n}$ ....

(A) ધન (B) ઋણ (C) 0 (D) ન મળે.

ઉકેલ : $1 + i^2 + i^4 + i^6 + ... + i^{2n} = 1 - 1 + 1 - 1 + ... + (-1)^n$

n ની કિંમત આપ્યા સિવાય તેની કિંમત મેળવી શકાતી નથી. સાચો વિકલ્પ (D) છે.

ઉદાહરણ 29 : જો સંકર સંખ્યા $z = x + iy$ એ શરત $|z+1| = 1$ નું સમાધાન કરે તો z .... પર હોય.

(A) x-અક્ષ (B) (1, 0) કેન્દ્રવાળા અને 1 એકમ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળ

(C) (–1, 0) કેન્દ્રવાળા અને 1 એકમ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળ (D) y-અક્ષ

ઉકેલ : $|z+1| = 1 \Rightarrow |(x+1)+iy| = 1$

$\Rightarrow \quad (x+1)^2 + y^2 = 1$

આ સમીકરણ (–1, 0) કેન્દ્રવાળું અને 1 એકમ ત્રિજ્યાવાળું વર્તુળ દર્શાવે છે. સાચો વિકલ્પ (C) છે.

ઉદાહરણ 30 : સંકર સંખ્યાઓ $z, -iz$ અને $z + iz$ દ્વારા સંકર સમતલ પર રચાતા ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ .... હોય.

(A) $|z|^2$ (B) $|\bar{z}|^2$

(C) $\frac{|z|^2}{2}$ (D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ.

ઉકેલ : ધારો કે $z = x + iy$. આથી $-iz = y - ix$. આથી,

$$z + iz = (x - y) + i(x + y)$$

$\therefore$ ત્રિકોણનું માંગેલ ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2}(x^2 + y^2) = \frac{|z|^2}{2}$. સાચો વિકલ્પ (C) છે.

ઉદાહરણ 31 : સમીકરણ $|z+1-i| = |z-1+i|$ .... દર્શાવે છે.

(A) રેખા (B) વર્તુળ (C) પરવલય (D) અતિવલય

ઉકેલ : $|z+1-i| = |z-1+i|$

$\Rightarrow \quad |z-(-1+i)| = |z-(1-i)|$

$\Rightarrow \quad$ PA = PB, જ્યાં A (–1, 1), B (1, –1) તથા P (x, y) છે.

$\Rightarrow \quad$ z એ બિંદુઓ A અને B ને જોડતા રેખાખંડના લંબદ્વિભાજક પર છે અને લંબદ્વિભાજક એક રેખા દર્શાવે.

સાચો વિકલ્પ (A) છે.

ઉદાહરણ 32 : સમીકરણ $z^2 + |z|^2 = 0$ ના ઉકેલોની સંખ્યા .... છે. $(z \neq 0)$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) અનંત

ઉકેલ : $z^2 + |z|^2 = 0$

$\Rightarrow \quad x^2 - y^2 + i2xy + x^2 + y^2 = 0$

$\Rightarrow \quad 2x^2 + i2xy = 0 \Rightarrow 2x\,(x + iy) = 0$

$\Rightarrow \quad x = 0$ અથવા $x + iy = 0$ એટલે કે $z = 0$

$\therefore \quad x = 0$ અથવા $z = 0$ પરંતુ $z \neq 0$

$\therefore \quad x = 0$ લેતાં y એ કોઈ પણ વાસ્તવિક સંખ્યા હોઈ શકે. આવા ઉકેલોની સંખ્યા અનંત હોય.

સાચો વિકલ્પ (D) છે.

ઉદાહરણ 33 : $sin\frac{\pi}{5} + i\left(1 - cos\frac{\pi}{5}\right)$ નો કોણાંક .... હોય.

(A) $\frac{2\pi}{5}$ (B) $\frac{\pi}{5}$ (C) $\frac{\pi}{15}$ (D) $\frac{\pi}{10}$

ઉકેલ : અહીં $r\,cos\,\theta = sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$ અને $r\,sin\,\theta = 1 - cos\,\frac{\pi}{5}$

$$\therefore \quad tan\,\theta = \frac{1 - cos\frac{\pi}{5}}{sin\frac{\pi}{5}} = \frac{2\,sin^2\left(\frac{\pi}{10}\right)}{2\,sin\left(\frac{\pi}{10}\right).\,cos\left(\frac{\pi}{10}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad tan\,\theta = tan\left(\frac{\pi}{10}\right) \text{ i.e., } \theta = \frac{\pi}{10}$$

સાચો વિકલ્પ (D) છે.

સ્વાધ્યાય 5.3

ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો

1. ધન પૂર્ણાંક n, માટે, $(1 - i)^n \left(1 - \frac{1}{i}\right)^n$ ની કિંમત શોધો.

2. કિંમત શોધો : $\sum_{n=1}^{13}(i^n + i^{n+1})$; $n \in \mathbf{N}$

3. જો $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = x + iy$ હોય, તો (x, y) શોધો.

4. જો $\frac{(1+i)^2}{2-i} = x + iy$ હોય, તો $x + y$ શોધો.

5. જો $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100} = a + ib$ હોય, તો (a, b) શોધો.

6. જો $a = \cos\theta + i \sin\theta$ હોય, તો $\frac{1+a}{1-a}$ ની કિંમત શોધો.

7. જો $(1 + i) z = (1 - i)\ \bar{z}$ હોય, તો દર્શાવો કે $z = -i\bar{z}$.

8. જો $z = x + iy$ હોય, તો સાબિત કરો કે $z\bar{z} + 2 (z + \bar{z}) + b = 0$; $b \in \mathbf{R}$; $\forall b < 8$ વર્તુળ દર્શાવે છે.

9. જો $\frac{\bar{z}+2}{\bar{z}-1}$ નો વાસ્તવિક ભાગ 4 હોય, તો સાબિત કરો કે સંકર સમતલમાં z નો બિંદુગણ વર્તુળ દર્શાવે છે.

10. સાબિત કરો કે, સંકર સંખ્યા z એ શરત $arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{4}$ નું સમાધાન કરે તો તે વર્તુળ પર હોય.

11. સમીકરણ $|z| = z + 1 + 2i$ નો ઉકેલ મેળવો.

વિસ્તૃત જવાબી પ્રશ્નો

12. જો $|z+1| = z + 2 (1 + i)$ હોય, તો z શોધો.

13. જો $arg (z - 1) = arg (z + 3i)$ હોય, તો $(x - 1) : y$ શોધો, જ્યાં $z = x + iy$.

14. $\left|\frac{z-2}{z-3}\right| = 2$ વર્તુળ દર્શાવે છે. આ વર્તુળનું કેન્દ્ર અને ત્રિજ્યા શોધો.

15. જો $\frac{z-1}{z+1}$ એ શુદ્ધ કાલ્પનિક સંખ્યા હોય, તો $|z|$ ની કિંમત શોધો. **$(z \neq -1)$**

16. બે સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે, $|z_1| = |z_2|$ અને $arg (z_1) + arg (z_2) = \pi$ હોય, તો સાબિત કરો કે, $z_1 = -\bar{z}_2$.

17. જો $|z_1| = 1$ $(z_1 \neq -1)$ અને $z_2 = \frac{z_1 - 1}{z_1 + 1}$ હોય, તો સાબિત કરો કે z_2 નો વાસ્તવિક ભાગ 0 છે.

18. જો z_1, z_2 અને z_3, z_4 એ અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યાઓની બે જોડ હોય, તો $arg\left(\frac{z_1}{z_4}\right) + arg\left(\frac{z_2}{z_3}\right)$ શોધો.

19. If $|z_1| = |z_2| = \ldots = |z_n| = 1$ હોય, તો સાબિત કરો કે $|z_1 + z_2 + z_3 + \ldots + z_n| = \left|\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \ldots + \frac{1}{z_n}\right|$.

20. સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે $arg (z_1) - arg (z_2) = 0$ હોય, તો સાબિત કરો કે $|z_1 - z_2| = |z_1| - |z_2|$

21. સમીકરણોની સંહતિ $Re (z^2) = 0$, $|z| = 2$ નો ઉકેલ મેળવો.

22. સમીકરણ $z + \sqrt{2}\ |(z + 1)| + i = 0$ નું સમાધાન કરતી હોય તેવી સંકર સંખ્યા શોધો.

23. સંકર સંખ્યા $z = \dfrac{1-i}{\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}}$ નું ધ્રુવીય સ્વરૂપ લખો.

24. જો બે સંકર સંખ્યાઓ z અને w માટે, $|zw| = 1$ અને $arg\,(z) - arg\,(w) = \dfrac{\pi}{2}$ હોય, તો સાબિત કરો કે, $\bar{z}\,w = -i$.

હેતુલક્ષી પ્રશ્નો

25. વિધાન સત્ય બને તે રીતે નીચેના પ્રશ્નોની ખાલી જગ્યા પૂરો :

(i) કોઈ પણ બે સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે, $|az_1 - bz_2|^2 + |bz_1 + az_2|^2 =$ .... $a, b \in \mathbf{R}$

(ii) $\sqrt{-25} \times \sqrt{-9} =$ ....

(iii) $\dfrac{(1-i)^3}{1-i^3} =$ ....

(iv) $i + i^2 + i^3 + \ldots$ (1000 પદ સુધી) $=$ ....

(v) $1 + i$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા $=$ ....

(vi) જો સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે, $z_1 + z_2$ કોઈ વાસ્તવિક સંખ્યા હોય, તો $z_2 =$ ....

(vii) $arg\,(z) + arg\,\bar{z}$ $(\bar{z} \neq 0)$ ....

(viii) જો $|z+4| \leq 3$ હોય, તો $|z+1|$ ની મહત્તમ અને ન્યૂનતમ કિંમતો અનુક્રમે .... અને .... હોય.

(ix) જો $\left|\dfrac{z-2}{z+2}\right| = \dfrac{\pi}{6}$ હોય, તો z નો બિંદુગણ .... છે.

(x) જો $|z| = 4$ અને $arg\,(z) = \dfrac{5\pi}{6}$ હોય, તો $z =$ ....

26. નીચેનાં વિધાનો સત્ય છે કે અસત્ય તે જણાવો :

(i) સંકર સંખ્યાઓ માટે ક્રમ સંબંધ વ્યાખ્યાયિત છે.

(ii) શૂન્યેતર સંકર સંખ્યાનો $-i$ સાથે ગુણાકાર કરવામાં આવે ત્યારે તે વિષમ ધન દિશામાં ઊગમબિંદુની આસપાસ કાટખૂણે પરિભ્રમણ કરે છે.

(iii) કોઈ પણ સંકર સંખ્યા z માટે, $|z| + |z-1|$ ની ન્યૂનતમ કિંમત 1 છે.

(iv) $|z-1| = |z-i|$ દ્વારા નિરૂપાતી રેખાનો બિંદુગણ એ બિંદુઓ (1, 0) અને (0, 1) ને જોડતી રેખાને લંબ છે.

(v) જો કોઈ સંકર સંખ્યા z માટે, $z \neq 0$ અને $Re\,(z) = 0$ હોય, તો $Im\,(z^2) = 0$.

(vi) અસમતા $|z-4| < |z-2|$ એ $x > 3$ દ્વારા મળતા પ્રદેશનું નિરૂપણ કરે છે.

(vii) બે સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે, $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ હોય, તો $arg\,(z_1 - z_2) = 0$.

(viii) 2 એ સંકર સંખ્યા નથી.

27. વિભાગ I ની અભિવ્યક્તિને વિભાગ IIની અભિવ્યક્તિ સાથે એવી રીતે જોડો કે જેથી વિધાન સત્ય બને.

વિભાગ I	વિભાગ II
(a) $\sqrt{3}+i$ નું ધ્રુવીય સ્વરૂપ .... છે.	(i) બિંદુઓ (– 2, 0) અને (2, 0) ને જોડતા રેખાખંડનો લંબદ્વિભાજક
(b) $-1+\sqrt{-3}$ નો કોણાંક .... છે.	(ii) (0, – 4) કેન્દ્રવાળા અને 3 એકમ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળ પર અથવા વર્તુળની બહાર
(c) જો $\lvert z+2\rvert=\lvert z-2\rvert$ હોય, તો z નો બિંદુગણ .... છે.	(iii) $\frac{2\pi}{3}$
(d) જો $\lvert z+2i\rvert=\lvert z-2i\rvert$ હોય, તો z નો બિંદુગણ .... છે.	(iv) બિંદુઓ (0, – 2) અને (0, 2) ને જોડતા રેખાખંડનો લંબદ્વિભાજક
(e) અસમતા $\lvert z+4i\rvert\geq 3$ દ્વારા જેનું નિરૂપણ થતું હોય તે પ્રદેશ .... છે.	(v) $2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$
(f) $\lvert z+4\rvert\leq 3$ દ્વારા જેનું નિરૂપણ થતું હોય તે પ્રદેશ .... છે.	(vi) (– 4, 0) કેન્દ્રવાળા અને 3 એકમ ત્રિજ્યાવાળા વર્તુળ પર અથવા વર્તુળની અંદર
(g) $\frac{1+2i}{1-i}$ ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા .... છે.	(vii) પ્રથમ ચરણમાં
(h) $1-i$ ની વ્યસ્ત સંખ્યા .... છે.	(viii) તૃતીય ચરણમાં

28. $\frac{2-i}{(1-2i)^2}$ ની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યા કઈ છે ? ($a+bi$ સ્વરૂપમાં મેળવો.)

29. જો $\lvert z_1\rvert=\lvert z_2\rvert$ હોય, તો $z_1=z_2$ હોવું જરૂરી છે ?

30. જો $\frac{(a^2+1)^2}{2a-i}=x+iy$ હોય, તો x^2+y^2 ની કિંમત મેળવો.

31. જો $\lvert z\rvert=4$ અને $arg\,(z)=\frac{5\pi}{6}$ હોય, તો z શોધો.

32. $\left|(1+i)\dfrac{(2+i)}{(3+i)}\right|$ શોધો.

33. $(1 + i\sqrt{3})^2$ નો મુખ્ય કોણાંક શોધો.

34. જો $\left|\dfrac{z-5i}{z+5i}\right| = 1$ હોય, તો z નું સ્થાન નક્કી કરો.

વિધાન સત્ય બને તે રીતે આપેલ ચાર વિકલ્પોમાંથી સાચો વિકલ્પ પસંદ કરી ક્રમાંક 35 થી 50 વાળા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

35. x ની કઈ કિંમત માટે, $sinx + i\ cos\ 2x$ અને $cos\ x - i\ sin\ 2x$ એકબીજાની અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યાઓ બને ?

(A) $x = n\pi$ (B) $x = \left(n+\dfrac{1}{2}\right)\dfrac{\pi}{2}$ (C) $x = 0$ (D) x ની કોઈ કિંમત ન મળે.

36. α ની કઈ વાસ્તવિક કિંમત માટે, અભિવ્યક્તિ $\dfrac{1-i\sin\alpha}{1+2i\sin\alpha}$ શુદ્ધ વાસ્તવિક સંખ્યા બને ?

(A) $(n+1)\dfrac{\pi}{2}$ (B) $(2n+1)\dfrac{\pi}{2}$

(C) $n\pi$ (D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ. $n \in \mathbf{N}$

37. જો .... હોય, તો $z = x + iy$ તૃતીય ચરણમાં હોય અને તો $\dfrac{\bar{z}}{z}$ પણ તૃતીય ચરણમાં જ હોય,

(A) $x > y > 0$ (B) $x < y < 0$ (C) $y < x < 0$ (D) $y > x > 0$

38. $(z + 3)(\bar{z} + 3)$ ની કિંમત .... ને સમાન છે.

(A) $|z+3|^2$ (B) $|z-3|$ (C) $z^2 + 3$ (D) આ પૈકી એક પણ નહિ.

39. જો $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^x = 1$ હોય, તો ....

(A) $x = 2n+1$ (B) $x = 4n$ (C) $x = 2n$ (D) $x = 4n + 1, n \in N$

40. જો $\alpha^2 + \beta^2 =$ .... $x \in R$ એ સમીકરણ $\left(\dfrac{3-4ix}{3+4ix}\right) = \alpha - i\beta$ $(\alpha, \beta \in \mathbf{R})$ નું સમાધાન કરે.

(A) 1 (B) – 1 (C) 2 (D) – 2

41. કોઈ પણ બે સંકર સંખ્યાઓ z_1 અને z_2 માટે નીચેનામાંથી કયું સત્ય છે ?

(A) $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$ (B) $arg\ (z_1 z_2) = arg\ (z_1).\ arg\ (z_2)$

(C) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ (D) $|z_1 + z_2| \geq |z_1| - |z_2|$

42. સંકર સંખ્યા $2 - i$ દ્વારા દર્શાવાતું બિંદુ સમઘડી દિશામાં ઊગમબિંદુની આસપાસ $\frac{\pi}{2}$ ના ખૂણે પરિભ્રમણ કરે તો બિંદુનું નવું સ્થાન .... હોય.

(A) $1 + 2i$ (B) $-1 - 2i$ (C) $2 + i$ (D) $-1 + 2i$

43. ધારો કે $x, y \in \mathbf{R}$ છે. જો $x + iy$ એ અવાસ્તવિક સંકર સંખ્યા હોય, તો ....

(A) $x = 0$ (B) $y = 0$ (C) $x \neq 0$ (D) $y \neq 0$

44. જો $a + ib = c + id$ હોય, તો ....

(A) $a^2 + c^2 = 0$ (B) $b^2 + c^2 = 0$ (C) $b^2 + d^2 = 0$ (D) $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

45. જો કોઈ સંકર સંખ્યા z એ શરત $\left|\frac{i+z}{i-z}\right| = 1$ નું સમાધાન કરે તો તે .... પર હોય.

(A) વર્તુળ $x^2 + y^2 = 1$ (B) x-અક્ષ (C) y-અક્ષ (D) રેખા $x + y = 1$

46. જો z એ કોઈ સંકર સંખ્યા હોય, તો ....

(A) $|z^2| > |z|^2$ (B) $|z^2| = |z|^2$ (C) $|z^2| < |z|^2$ (D) $|z^2| \geq |z|^2$

47. જો .... હોય, તો $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$ શક્ય બને.

(A) $z_2 = \overline{z_1}$ (B) $z_2 = \frac{1}{z_1}$ (C) $arg\,(z_1) = arg\,(z_2)$ (D) $|z_1| = |z_2|$

48. θ ની કઈ વાસ્તવિક કિંમત માટે, અભિવ્યક્તિ $\frac{1+i\cos\theta}{1-2i\cos\theta}$ વાસ્તવિક સંખ્યા બને ?

(A) $n\pi + \frac{\pi}{4}$ (B) $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{4}$ (C) $2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ (D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ.

49. જ્યારે $x < 0$ હોય ત્યારે $arg\,(x)$ ની કિંમત .... હોય.

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ.

50. જો $f(z) = \frac{7-z}{1-z^2}$, જ્યાં $z = 1 + 2i$ હોય, તો $|f(z)| =$ ....

(A) $\frac{|z|}{2}$ (B) $|z|$ (C) $2|z|$ (D) આપેલ પૈકી એક પણ નહિ.

જવાબવહી

સ્વાધ્યાય : 4.3

1. $P(n) : 2n < n!$

2. $P(n) : 1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$

26. A
27. B
28. A
29. 4
30. અસત્ય

સ્વાધ્યાય : 5.3

1. 2^n
2. $-1 + i$
3. $(0, -2)$
4. $\frac{2}{5}$
5. $(1, 0)$
6. $i\cot\frac{\theta}{2}$
11. $\frac{3}{2} - 2i$
12. $\frac{1}{2} - 2i$
13. 1:3
14. $\left(\frac{10}{3}, 0\right), \frac{2}{3}$
15. 1
18. 0
21. $\sqrt{2} \pm i\sqrt{2}, -\sqrt{2} \pm i\sqrt{2}$
22. $-2 - i$
23. $\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$
25. (i) $(a^2 + b^2)(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ (ii) -15
    (iii) -2 (iv) 0 (v) $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$ (vi) $\overline{z_1}$ (vii) 0
    (viii) 6 અને 0 (ix) વર્તુળ (x) $-2\sqrt{3} + 2i$
26. (i) F (ii) F (iii) T (iv) T
    (v) F (vi) T (vii) F (viii) F
27. (a) $\leftrightarrow$ (v) (b) $\leftrightarrow$ (iii) (c) $\leftrightarrow$ (i)
    (d) $\leftrightarrow$ (iv) (e) $\leftrightarrow$ (ii) (f) $\leftrightarrow$ (vi)
    (g) $\leftrightarrow$ (viii) અને (h) $\leftrightarrow$ (vii)
28. $\frac{-2}{25} - i\frac{11}{25}$
29. ના
30. $\frac{(a^2+1)^4}{4a^2+1}$
31. $-2\sqrt{3} + 2i$
32. 1
33. $\frac{2\pi}{3}$
34. વાસ્તવિક અક્ષ
35. D
36. C
37. C
38. A
39. B
40. A
41. A
42. B
43. D
44. D
45. B
46. B
47. C
48. C
49. C
50. A

પૂરક સાહિત્ય (એક્ઝામ્પલર)

ધોરણ : ૧૧

વિષય : જીવ વિજ્ઞાન

માસ : ઓગસ્ટ - ૨૦૨૦

પ્રકરણ 6

સપુષ્પી વનસ્પતિઓની અંતઃસ્થ રચના (Anatomy of Flowering Plants)

બહુવિકલ્પી પ્રશ્નો (MCQs)

1. કાયમી આસ્થાપનની બનાવટ માટે બેવડા અભિરંજનની સામાન્ય પદ્ધતિમાં પ્રકાંડના આડછેદને પ્રથમ સેફ્રેનીન અને ત્યાર બાદ ફાસ્ટ ગ્રીન દ્વારા અભિરંજિત કરવામાં આવે છે, તો જલવાહક અને અન્નવાહક અભિરંજનનો કયો રંગ ધરાવતો હોય ?
   a. લાલ અને લીલો
   b. લીલો અને લાલ
   c. નારંગી અને પીળો
   d. જાંબલી અને નારંગી

2. યોગ્ય જોડકાં જોડો અને નીચે આપેલ પૈકીનો સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

	કૉલમ I		કૉલમ II
A.	વર્ધમાન પેશી	i.	પ્રકાશસંશ્લેષણ, સંગ્રહ
B.	મૃદુતક પેશી	ii.	યાંત્રિક આધાર
C.	સ્થૂલકોણક પેશી	iii.	સક્રિય રીતે વિભાજન પામતા કોષો
D.	દૃઢોત્તક પેશી	iv.	વાયુરંધ્રો
E.	અધિસ્તરીય પેશી	v.	અષ્ઠિ કોષો

વિકલ્પો :

a. A-i, B-iii, C-v, D-ii, E-iv
b. A-iii, B-i, C-ii, D-v, E-iv
c. A-ii, B-iv, C-v, D-i, E-iii
d. A-v, B-iv, C-iii, D-ii, E-i

3. યોગ્ય જોડકાં જોડો અને નીચે આપેલ પૈકીનો સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

	કૉલમ I		કૉલમ II
A.	ક્યુટિકલ	i.	રક્ષકકોષો
B.	યાંત્રિક કોષો	ii.	એકસ્તરીય
C.	વાયુરંધ્રો	iii.	મીણયુક્ત આવરણ
D.	અધિસ્તર	iv.	ખાલી રંગવિહીન કોષ

વિકલ્પો :

a. A-iii, B-iv, C-i, D-ii
b. A-i, B-ii, C-iii, D-iv
c. A-iii, B-ii, C-iv, D-i
d. A-iii, B-ii, C-i, D-iv

4. નીચે આપેલમાંથી સરળ પેશીતંત્રને ઓળખો :
   a. મૃદુત્તક
   b. જલવાહક
   c. અધિસ્તર
   d. અન્નવાહક

5. આ પેશીના કોષો જીવંત અને કોણીય દીવાલ પર સ્થૂલન ધરાવે છે. તેઓ યાંત્રિક મજબૂતાઈ પણ પૂરી પાડે છે, તો આ પેશી કઈ છે ?
   a. જલવાહક
   b. દઢોત્તક
   c. સ્થૂલકોણક
   d. અધિસ્તર

6. મૂળના અધિસ્તરીયજન કોને સમકક્ષ છે ?
   a. પરિચક્ર
   b. અંતઃસ્તર
   c. અધિસ્તર
   d. મધ્યરંભ

7. સહસ્થ અને વર્ધમાન કોના આડછેદમાં જોવા મળે છે ?
   a. એકદળી મૂળ
   b. એકદળી પ્રકાંડ
   c. દ્વિદળી મૂળ
   d. દ્વિદળી પ્રકાંડ

8. આંતરપુલીયએધા અને ત્વક્ષૈધા શેના લીધે નિર્માણ પામે છે ?
   a. કોષવિભાજન
   b. કોષવિભેદન
   c. કોષ અવિભેદન
   d. નિર્વિભેદન

9. ઉપત્વક્ષા અને બાહ્યવલ્ક અનુક્રમે કોના માટે વપરાય છે ?
   a. ત્વક્ષા અને ત્વક્ષૈધા
   b. ત્વક્ષૈધા અને ત્વક્ષા
   c. દ્વિતીય બાહ્યક અને ત્વક્ષા
   d. ત્વક્ષા અને દ્વિતીય બાહ્યક

10. સપુષ્પી વનસ્પતિમાં નીચેનામાંથી કયા ભાગોની જોડમાં અધિસ્તર ગેરહાજર હોય છે ?
   a. મૂળાગ્ર અને પ્રરોહાગ્ર
   b. પ્રરોહ કલિકા અને પુષ્પીય કલિકા
   c. અંડક અને બીજ
   d. પર્ણદંડ અને પુષ્પાસન (Peduncle)

11. 4 શાખાઓ અને 26 પર્ણો ધરાવતી ડાળ કેટલી સંખ્યામાં અગ્રસ્થ વર્ધનશીલ પેશી ધરાવે છે ?
   a. 26
   b. 1
   c. 5
   d. 30
   e. 4

12. એક લાકડાનો ટુકડો જે જલવાહિની ધરાવતો નથી તે કોને સંગત હોઈ શકે છે ?
   a. સાગ
   b. આંબો
   c. પાઈન
   d. પામ (તાડ)

13. એક વનસ્પતિ પેશીને જ્યારે અભિરંજિત કરવામાં આવી ત્યારે તેની કોષદીવાલ હેમીસેલ્યુલોઝ અને પેક્ટીનની હાજરી સૂચવે છે, તો આ પેશી કોનું પ્રતિનિધિત્વ કરે છે ?
   a. સ્થૂલકોણક પેશી
   b. દઢોત્તક પેશી
   c. જલવાહક પેશી
   d. વર્ધમાન પેશી

14. શેમાં તંતુઓ ગેરહાજર હોવાની શક્યતા છે ?
   a. દ્વિતીય અન્નવાહક
   b. દ્વિતીય જલવાહક
   c. પ્રાથમિક અન્નવાહક
   d. પર્ણો

15. જ્યારે આપણે બટાટાના ગ્રંથિલની બાહ્ય ત્વચાને દૂર કરીએ તો કયો ભાગ આપણે દૂર કરીએ છીએ ?
   a. પરિચક્ર
   b. અધિસ્તર
   c. ક્યુટિકલ
   d. રસકાષ્ઠ

16. પ્રકાંડના જલવાહિની વગરના ટુકડામાં ચાલની નલિકાઓ સ્પષ્ટ રીતે જોવા મળે છે, તો તે પ્રકાંડનો ટુકડો નીચે આપેલ કઈ વનસ્પતિનો છે ?
    a. પાયનસ
    b. યુકેલિપ્ટસ (નીલગિરિ)
    c. ઘાસ
    d. ટ્રોકોડેન્ડ્રોન

17. નીચે આપેલ પૈકી કયા કોષો હંમેશાં એન્ટિક્લિનલ (anticlinal) વિભાજન પામતા રહે છે ?
    a. સાકંદ અગ્રસ્થ કોષો (fusiform initial cells)
    b. મૂળટોપી
    c. પ્રાથમિક ત્વક્ષા
    d. બાહ્યવલ્ક

18. ઝડપી દ્વિતીય વૃદ્ધિ દર્શાવતા દ્વિદળી મૂળમાં પ્રાથમિક જલવાહક પેશીની યથાર્થતા શું છે ?
    a. તે અક્ષના કેન્દ્રસ્થ ભાગે હોય છે.
    b. તે કચડાઈ જાય છે.
    c. તે કચડાઈ જાય અથવા કચડાઈ ન પણ જાય.
    d. તે પ્રાથમિક અન્નવાહક દ્વારા આવરિત હોય છે.

અતિટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (VSAs)

1. પ્રકાશસંશ્લેષણની નીપજો પર્ણો દ્વારા નિર્માણ પામી, વનસ્પતિના વિવિધ ભાગોમાં વહન પામે છે જ્યાં તેના વપરાશ પૂર્વે કેટલાક કોષો તેનો સંગ્રહ કરે છે. તેઓનો સંગ્રહ કયા કોષો/પેશીઓ કરે છે ?
2. જલવાહકનું પ્રાથમિક સ્વરૂપ આદિદારૂ છે. જો આદિદારૂ અન્નવાહક પછી ગોઠવાયેલ હોય, તો આ પ્રકારની જલવાહક પેશીની ગોઠવણીને તમે શું કહો છો ?
3. અન્નવાહક મૃદુત્તકનું કાર્ય શું છે ?
4. પર્ણોની સપાટી પર તેની હાજરી વનસ્પતિમાંથી પાણીનો વ્યય થતો અટકાવવામાં મદદરૂપ થાય છે, પરંતુ તે મૂળમાં નથી હોતું, તે શું છે ?
5. વનસ્પતિઓમાં અધિસ્તરીય કોષનું કયું રૂપાંતરણ પાણીનો વ્યય અટકાવે છે ?
6. નીચે આપેલ રચના વનસ્પતિના કયા ભાગમાં જોવા મળે છે ?
    a. અરિય વાહીપુલ
    b. બહુ:સૂત્રી જલવાહક
    c. સુવિકસિત મજ્જા/ગર
7. જલતાણની સ્થિતિમાં પર્ણવલન પ્રેરતા કોષો કયા છે ?

8. એધાવલયની રચના જણાવો.
9. ઉપત્વક્ષા અને બાહ્યવલ્ક વચ્ચે પાયાનો કાર્યકારી એક ભેદ આપો.
10. વનસ્પતિમાં પરિઘથી જોવા મળતી રચનાઓને ક્રમમાં ગોઠવો : ત્વક્ષૈધા, ઉપત્વક્ષા, બાહ્યવલ્ક.
11. જો વૃક્ષની છાલ કાઢી નાંખવામાં આવે તો વનસ્પતિના કયા સ્તરો દૂર થાય છે ?
12. વનસ્પતિના અંગનો આડછેદ લઈને તેનો અભ્યાસ સૂક્ષ્મદર્શક યંત્ર વડે કરવામાં આવે છે. તેમાં નીચેની લાક્ષણિકતા જોવા મળે છે :
    a. વાહીપુલો અરીય રીતે ગોઠવાયેલા હોય છે.
    b. બર્હિરારંભી આદિદારૂ ધરાવતી ચતુઃસૂત્રી જલવાહકની ગોઠવણી.

    તો આ કયું અંગ છે તે જણાવો.
13. સખત કાષ્ઠ અને નરમ કે રસકાષ્ઠ શબ્દ કોના માટે વપરાય છે ?

ટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (SAs)

1. જ્યારે નાસપતિ કે જમરૂખ ખાઈએ ત્યારે સામાન્ય રીતે દાંતમાં કણો કે પથ્થર જેવી રચના અથડાય છે. આ પથ્થર જેવી રચનાઓને શું કહે છે ?
2. ત્વક્ષાનો આર્થિક સ્રોત શું છે ? વનસ્પતિમાં તે કેવી રીતે નિર્માણ પામે છે ?
3. નીચે વનસ્પતિ રેસાઓની યાદી આપી છે. આ વનસ્પતિના કયા ભાગમાંથી મેળવાય છે ?
    a. રેસા (Coir)
    b. ઊન (Hemp)
    c. કપાસ (Cotton)
    d. શણ (Jute)
4. અનાવૃત્ત અને આવૃત્ત બીજધારીની વાહકપેશીમાં લાક્ષણિક કયો ભેદ જોવા મળે છે ?
5. વનસ્પતિમાં અધિસ્તરીય કોષો વિશિષ્ટ કાર્યો માટેનું અનુકૂલન દર્શાવે છે. તેમના કેટલાકનાં નામ આપો અને તેઓનાં કાર્ય જણાવો.
6. લૉન ઘાસ (સાયનેડોન ડેક્ટીલોન) વારંવાર માવજતથી તેની વધારાની વૃદ્ધિને અટકાવી શકાય છે. સતત વૃદ્ધિ માટે તેમાં કઈ પેશી જવાબદાર છે ?
7. 'વનસ્પતિને જીવિતતા માટે પાણી જરૂરી છે, પરંતુ જ્યારે વધારે પાણી વનસ્પતિને પ્રાપ્ત થાય, તો વનસ્પતિઓ મૃત્યુ પામે છે ?' આ વિધાનની ચર્ચા કરો.
8. વૃક્ષના થડનો આડછેદ લેતાં તેમાં સંકેન્દ્રિત વલયો જોવા મળે છે જેને વૃદ્ધિવલયો કહે છે. આ વલયો કેવી રીતે નિર્માણ પામે છે ? આ વલયોનું મહત્ત્વ શું છે ?
9. કેટલાંક વધુ ઉંમરવાળાં વૃક્ષોના થડ એકબીજાના જોડાણથી રચાયા હોય છે. શું તે દેહધાર્મિક કે અંતઃસ્થ રચનાકીય અનિયમિતતા છે ? વિસ્તૃતમાં સમજૂતી આપો.

10. વાતછિદ્રો અને વાયુરંધ્રો વચ્ચેનો તફાવત સ્પષ્ટ કરો.

11. નીચે આપેલાં કાર્યો જણાવો :

    a. ચાલનીનલિકા
    b. આંતરપુલીય એધા
    c. સ્થૂલકોણક
    d. વાયુત્તક

12. વાયુરંધ્ર છિદ્ર મૂત્રપિંડ આકારના બે રક્ષકકોષો દ્વારા રક્ષાયેલ છે. રક્ષકકોષોની આસપાસ આવેલા અધિસ્તરીય કોષોનું નામ આપો. રક્ષકકોષો, અધિસ્તરીય કોષથી કેવી રીતે અલગ પડે છે ? તમારા જવાબની સમજૂતી આકૃતિનો ઉપયોગ કરીને આપો.

13. પીપળા (ફાઇકસ રીલીજીઓસા) અને મકાઈ (ઝિઆ મેઇઝ)ના પર્ણનો અંતઃસ્થ રચનાકીય તફાવત દર્શાવો. આકૃતિ દોરો અને તફાવતને નિર્દેશિત કરો.

14. પામ (તાડ) એકદળી વનસ્પતિ છે. છતાં તેના ઘેરાવામાં વધારો થાય છે. શા માટે અને કેવી રીતે ?

દીર્ઘ જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (LAs)

1. ઉનાળા કે પાનખર દરમિયાન પાનખર વનસ્પતિઓ તેઓનાં પર્ણોને ખેરવી નાંખે છે. પર્ણોને ખેરવી નાખવાની આ ક્રિયાને પતન કહે છે. પર્ણોના પતનની ક્રિયામાં સંકળાયેલ દેહધાર્મિક પરિવર્તનો સિવાયની અંતઃસ્થ વિદ્યાકીય ક્રિયાવિધિ જણાવો.

2. શું પાઇનસ સદાહરિત વૃક્ષ છે ? ચર્ચા કરો.

3. તમારા હાથમાં રહેલ પેન્સિલની પેટી(box)ને કોષ તરીકે સ્વીકારી લો. તેને કેટલા સમતલમાં કાપી શકાય છે ? આ છેદને રેખાંકિત આકૃતિની મદદથી નિર્દેશિત કરો.

4. નીચે આપેલા શબ્દો કેટલીક અંતઃસ્થ વિદ્યાકીય અગત્ય ધરાવે છે. આ શબ્દનો અર્થ શું છે ? રેખાંકિત આકૃતિઓની મદદથી તેને સમજાવો.

    a. કોષરસતંતુ
    b. મધ્યપટલ
    c. દ્વિતીય દીવાલ

5. નીચેના શબ્દો વચ્ચે ભેદ સમજાવો :

    a. બર્હિરારંભી અને અંતરારંભી
    b. મધ્યરંભ અને વાહીપુલ
    c. આદિદારૂ અને અનુદારૂ
    d. આંતરપુલીય એધા અને અંતઃપુલીય એધા
    e. વર્ધમાન અને અવર્ધમાન વાહીપુલ
    f. પ્રકાંડરોમ અને મૂળરોમ

પ્રકરણ 7

પ્રાણીઓમાં રચનાકીય આયોજન
(Structural Organisation in Animals)

બહુવિકલ્પી પ્રશ્નો (MCQs)

1. રુધિરવાહિનીની અંદરની દીવાલની રચનામાં નીચેનામાંથી કયા પ્રકારની અધિચ્છદીય પેશી સંકળાયેલી છે ?
   a. ઘનાકાર અધિચ્છદ
   b. સ્તંભીય અધિચ્છદ
   c. લાદીસમ અધિચ્છદ
   d. સ્તૃત અધિચ્છદ
2. મેદપૂર્ણ પેશી નીચેનામાંથી કઈ કક્ષા સાથે સંકળાયેલી છે ?
   a. અધિચ્છદ પેશી
   b. સંયોજક પેશી
   c. સ્નાયુ પેશી
   d. ચેતા પેશી
3. નીચે આપેલ પૈકી કઈ એક સંયોજક પેશી નથી ?
   a. અસ્થિ
   b. કાસ્થિ
   c. રુધિર
   d. સ્નાયુ
4. વજ્કેશો અળસિયાના પ્રચલનમાં ભાગ લે છે, પરંતુ તેઓ સામાન્ય રીતે બધા ખંડોમાં જોવા મળતાં નથી. વજ્કેશો નીચેનામાંથી હાજર હોય તે ભાગ પસંદ કરો.
   a. પ્રથમ ખંડ
   b. છેલ્લો ખંડ
   c. વલયિકા ખંડ
   d. 20મો-22મો ખંડ
5. વંદા માટે નીચે આપેલ પૈકી કયું વિધાન સત્ય છે ?
   a. પ્રત્યેક અંડપિંડમાં દસ અંડસેર આવેલી છે.
   b. ડિમ્ભાવસ્થાને કેટરપીલર કહે છે.
   c. માદામાં પુચ્છ કંટિકાની ગેરહાજરી હોય છે.
   d. તેઓ યૂરિયાત્યાગી છે.

6. યોગ્ય જોડકાં જોડો અને સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

	કૉલમ I		કૉલમ II
A.	મેદપૂર્ણ પેશી	i.	નાક
B.	સ્તૃત અધિચ્છદ પેશી	ii.	રુધિર
C.	કાચવત્ કાસ્થિ પેશી	iii.	ત્વચા
D.	પ્રવાહી સંયોજક પેશી	iv.	ચરબીનો સંગ્રહ

વિકલ્પો :

a. A-i, B-ii, C-iii, D-iv
b. A-iv, B-iii, C-i, D-ii
c. A-iii, B-i, C-iv, D-ii
d. A-ii, B-i, C-iv, D-iii

7. યોગ્ય જોડકાં જોડો અને સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

	કૉલમ I		કૉલમ II
A.	ઉભયલિંગતા	i.	હિમોગ્લોબીન અને રુધિરકોષોનું નિર્માણ
B.	સીધો વિકાસ	ii.	શુક્રપિંડ અને અંડપિંડ એક જ પ્રાણીમાં હોય
C.	રસાયણગ્રાહી	iii.	ડિમ્ભાવસ્થા ગેરહાજર
D.	અળસિયામાં રુધિરગ્રંથિ	iv.	રાસાયણિક પદાર્થો પ્રત્યે સંવેદનશીલ

વિકલ્પો :

a. A-ii, B-iii, C-iv, D-i
b. A-iii, B-ii, C-iv, D-i
c. A-i, B-iii, C-ii, D-i
d. A-ii, B-iv, C-iii, D-i

8. વંદાને અનુલક્ષીને જોડકાં જોડો અને સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

	કૉલમ I		કૉલમ II
A.	ફેલોમીયર	i.	અંડકોષના વિકાસની શ્રેણી
B.	ગોનોપોર (જનનછિદ્ર)	ii.	શુક્રકોષનો સમૂહ
C.	સ્પર્મેટોફોર (શુક્રસંગ્રહાશય)	iii.	સ્ખલનનલિકા દ્વાર
D.	ઓવ્યુરીઓલ્સ (અંડસેરો)	iv.	બાહ્ય જનન દઢકો

વિકલ્પો :

a. A-iii, B-iv, C-ii, D-i
b. A-iv, B-iii, C-ii, D-i
c. A-iv, B-ii, C-iii, D-i
d. A-ii, B-iv, C-iii, D-i

9. યોગ્ય જોડકાં જોડો અને સાચો વિકલ્પ પસંદ કરો :

	કૉલમ I		કૉલમ II
A.	સ્પર્શ	i.	ઘ્રાણ અધિચ્છદ
B.	ગંધ	ii.	મહાછિદ્ર
C.	મસ્તિષ્ક ચેતાઓ	iii.	સંવેદી તંતુઓ (દઢકો)
D.	લંબમજ્જા	iv.	પરિઘવર્તી ચેતાતંત્ર

વિકલ્પો :

a.	A-iii,	B-i,	C-ii,	D-iv
b.	A-ii,	B-i,	C-iv,	D-iii
c.	A-iii,	B-iv,	C-ii,	D-i
d.	A-iii,	B-i,	C-iv,	D-ii

અતિટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (VSAs)

1. અળસિયામાં આવેલ વલયિકા કે જે સ્પષ્ટ ઘેરા રંગની પટ્ટામય રચના ધરાવે છે તેના ખંડો જણાવો.
2. વંદામાં કવચીય રચના ક્યાં આવેલી છે ?
3. શિશુ વંદામાંથી પુખ્ત વંદામાં પરિણમવા માટે કેટલી વખત નિર્મોચન થાય છે ?
4. સ્વર કોથળીની હાજરી ધરાવતા દેડકાના લિંગને ઓળખો.
5. ટેડપોલમાંથી પુખ્ત દેડકામાં પરિણમવા માટે આવશ્યક ક્રિયાનું નામ આપો.
6. અળસિયાના શરીરની ખંડિય રચનાને કયું વૈજ્ઞાનિક નામ અપાયેલું છે ?
7. બંને છેડે અણીદાર હોય, પરંતુ રેખીય ન હોય તેવા સ્નાયુતંતુનું નામ આપો.
8. પેશીઓમાં જોવા મળતાં ભિન્ન કોષીય જોડાણોનાં નામ આપો.
9. પુખ્ત નર દેડકાના ઓળખ માટેની કોઈ પણ બે લાક્ષણિકતા જણાવો.
10. વંદાના મુખાંગનો કયો ભાગ આપણી જીભ સાથે સરખાવી શકાય ?
11. નીચેના ભાગો દ્વારા દેડકાનું પાચનતંત્ર બનેલું છે. તેઓને મુખના ભાગથી શરૂઆત કરીને ક્રમાનુસાર ગોઠવણી કરો.

    મુખ, અન્નનળી, મુખગુહા, જઠર, આંતરડું, અવસારણી, મળાશય, અવસારણી દ્વાર
12. ત્વચીય અને ફુપ્ફુસીય શ્વસન વચ્ચે શો ભેદ છે ?
13. યકૃત અને આંતરડાને સાંકળતી તેમજ મૂત્રપિંડ અને આંતરડાને સાંકળતી વિશિષ્ટ શિરાઓ દેડકામાં જોવા મળે છે, તેઓ કયા નામે ઓળખાય છે ?

ટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (SAs)

1. વંદામાં અંધાંત્રોનું સ્થાન જણાવો. તેઓનું કાર્ય શું છે ?
2. 'દેડકા માનવ માટે ફાયદાકારક છે.' વિધાનની યથાર્થતા સમજાવો.
3. 'વાદળીઓનું શરીર હજારો કોષોનું બનેલું છે, છતાંય પેશીસ્તરનું આયોજન ધરાવતું નથી.' વિધાનની ચર્ચા કરો.
4. પ્રાણીઓમાં રચનાકીય આયોજન ભિન્ન સ્તરોનું હોય છે. જેમાં કોષ-અંગ, અંગતંત્ર, આ શ્રેણીમાં શું ખૂટે છે ? આ પ્રકારના આયોજનનું મહત્ત્વ જણાવો.
5. સ્તૃત અધિચ્છદીય કોષોની સ્રાવની ભૂમિકા સીમિત છે. આપણી ત્વચામાં તેઓની ભૂમિકાની યથાર્થતા જણાવો.
6. અવકાશીય જોડાણ કેવી રીતે આંતરકોષીય સંવાદિતતાને સાનુકૂલિત કરે છે ?
7. રુધિર, અસ્થિ અને કાસ્થિ પેશીને શા માટે સંયોજક પેશી કહે છે ?
8. ચેતાકોષોને ઉત્તેજિત કોષો શા માટે કહે છે ? ચેતાકોષના પટલનાં વિશિષ્ટ લક્ષણો જણાવો.
9. અળસિયાને ખેડૂતના મિત્ર શા માટે કહે છે ?
10. અળસિયાની વક્ષ અને પૃષ્ઠસપાટી વચ્ચેનો ભેદ તમે કેવી રીતે પારખશો ?
11. નીચેનામાંથી ખોટાં વિધાનોને સુધારીને લખો :
    a. અળસિયામાં એક નર જનનછિદ્ર હાજર હોય છે.
    b. અળસિયામાં વજ્રકેશો પ્રચલનમાં મદદરૂપ થાય છે.
    c. અળસિયાની શરીરદીવાલમાં સ્નાયુસ્તર માત્ર વર્તુળી સ્નાયુઓથી બનેલ છે.
    d. ભિત્તિભંજ અળસિયાના આંતરડાનો ભાગ છે.
12. અળસિયામાં સમાન રચના દર્શાવતી ઉત્સર્ગિકાને શા માટે ત્રણ પ્રકારોમાં વર્ગીકૃત કરાય છે ? પ્રત્યેકના નામ જણાવો.
13. કૉલમ A માં કેટલાંક પ્રાણીના સામાન્ય નામ આપેલા છે. કૉલમ Bમાં તેઓના વૈજ્ઞાનિક નામ આપો.

	કૉલમ A	કૉલમ B
a.	વાઘ	______________
b.	મોર	______________
c.	ઘરમાખી	______________

14. નીચે આપેલ વિધાન પૂર્ણ કરો :
    a. ______________ દ્વારા વંદામાં ખોરાકના કણો દળાય છે.
    b. ______________ ને દૂર કરવામાં માલ્પિઘિયન નલિકાઓ મદદરૂપ થાય છે.
    c. વંદાનું પશ્ચાંત્ર ______________ માં વિભેદિત થાય છે.
    d. વંદામાં રુધિરવાહિનીઓ જે અવકાશોમાં ખૂલે છે તેને ______________ કહે છે.

15. વંદાની આંખનાં વિશિષ્ટ લક્ષણો જણાવો.
16. દેડકો શીત રુધિરવાળું પ્રાણી છે જે છલાવરણ (camouflage) દર્શાવે છે અને શીતસમાધિ તથા ગ્રીષ્મ સમાધિ ભોગવે છે. આ બધું તેને કેવી રીતે ફાયદાકારક બને છે ?
17. કૉલમ A માં દર્શાવેલી રચનાનાં કાર્યો ટૂંકમાં કૉલમ Bમાં લખો.

	કૉલમ A		**કૉલમ B**
a.	પારદર્શક નેત્રપટલ	(i)	____________
b.	કર્ણપટલ	(ii)	____________
c.	મૈથુનગાદી	(iii)	____________

18. કૉલમ A માં દર્શાવેલ કાર્યને અનુસરીને કૉલમ Bમાં યોગ્ય પ્રકારની પેશી જણાવો.

	કૉલમ A		**કૉલમ B**
a.	સ્રાવ અને શોષણ	(i)	____________
b.	રક્ષણાત્મક આવરણ	(ii)	____________
c.	જોડાણ અને આધાર આપતું માળખું	(iii)	____________

19. યોગ્ય ઉદાહરણોનો ઉપયોગ કરીને સાચી અને ખોટી ખંડિય શરીરરચના વચ્ચેનો તફાવત સ્પષ્ટ કરો.
20. હૃદયમાં આવેલી પેશીની વિશિષ્ટતા જણાવો.

દીર્ઘ જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (LAs)

1. કોષોના સંરચનાકીય રૂપાંતરણને આધારે અધિચ્છદીય પેશીનું વર્ગીકરણ કરી, તેનું વર્ણન કરો.
2. સંયોજક પેશીનાં સામાન્ય લક્ષણો લખો. રચના અને કાર્યને આધારે અસ્થિ અને કાસ્થિ વચ્ચેનો ભેદ સ્પષ્ટ કરો.
3. અળસિયામાં મૈથુન ક્રિયા દરમિયાન જન્યુઓની ફેરબદલી વિશે ચર્ચા કરો.
4. વંદાના પાચનતંત્રની નામનિર્દેશિત આકૃતિસહ સમજૂતી આપો.
5. દેડકાનું નર પ્રજનનતંત્ર સ્પષ્ટ નામનિર્દેશિત આકૃતિ સાથે દોરો.

પ્રકરણ 8

કોષ : જીવનનો એકમ
(Cell : The Unit of Life)

બહુવિકલ્પી પ્રશ્નો (MCQs)

1. વનસ્પતિની ચાલનીનલિકા અને સસ્તનના રક્તકણોમાં જોવા મળતું સમાન લક્ષણ :
   a. કણાભસૂત્રની ગેરહાજરી
   b. કોષદીવાલની હાજરી
   c. હિમોગ્લોબીનની હાજરી
   d. કોષકેન્દ્રની ગેરહાજરી

2. રિબોઝોમ માટે કયું એક સાચું નથી તે પસંદ કરો.
   a. બે ઉપએકમોનું બનેલું છે.
   b. પોલીઝોમનું નિર્માણ કરે.
   c. m RNAની સાથે જોડાય.
   d. પ્રોટીન સંશ્લેષણમાં તેમની ભૂમિકા નથી.

3. આમાંથી કયું એક સુકોષકેન્દ્રીય (Eukaryotic) નથી ?
   a. યુગ્લીના
   b. એનાબીના
   c. સ્પાયરોગાયરા
   d. એગેરીક્સ (મશરૂમ)

4. નીચે આપેલ પૈકી કયું અભિરંજક રંગસૂત્રોના અભિરંજન માટે સૌથી વધુ અયોગ્ય છે ?
   a. બેઝિક ફ્યુકસીન
   b. સેફ્રેનીન
   c. મિથિલીન બ્લ્યુ
   d. કાર્માઇન

5. વિવિધ કોષો ભિન્ન કદના હોય છે. નીચે આપેલ કોષોને તેમના કદના ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવો. સાચો વિકલ્પ નીચેમાંથી પસંદ કરો :
   i. માયકોપ્લાઝમા
   ii. શાહમૃગનાં ઈંડાં

iii. માનવ રક્તકણ

iv. બૅક્ટેરિયા

વિકલ્પો :

a. i, iv, iii અને ii

b. i, iii, iv અને ii

c. ii, i, iii અને iv

d. iii, ii, i અને iv

6. આદિકોષકેન્દ્રી અને ઘણા સુકોષકેન્દ્રીમાં નીચેનામાંથી કયું લક્ષણ સામાન્ય છે ?

a. રંગસૂત્રદ્રવ્ય

b. કોષદીવાલની હાજરી

c. કોષકેન્દ્રપટલની હાજરી

d. પટલમય ઉપકોષીય અંગિકાઓની હાજરી

7. કોષરસપટલના ફ્લ્યૂઇડ મોઝેઇક મૉડલ કોણે સૂચવેલ છે ?

a. બેન્ડા

b. સ્લાઇડન અને શ્વૉન

c. સિંગર અને નિકોલ્સન

d. રોબર્ટ બ્રાઉન

8. નીચેનામાંથી કયું વિધાન સ્રાવી કોષ માટે સાચું છે ?

a. ગોલ્ગી પ્રસાધનની ગેરહાજરી હોય છે.

b. કોષમાં કણિકામય અંતઃકોષરસજાળ (RER) સરળતાથી અવલોકિત થાય છે.

c. માત્ર લીસી અંતઃકોષરસજાળ (SER) હાજર હોય છે.

d. કોષકેન્દ્રમાં સ્રાવી કણિકાઓનું નિર્માણ થાય છે.

9. ટોનોપ્લાસ્ટ શું છે ?

a. કણાભસૂત્રોનું બાહ્યપટલ

b. હરિતકણનું અંતઃપટલ

c. વનસ્પતિ કોષોની રસધાનીનું પટલીય આવરણ

d. વનસ્પતિ કોષનું કોષરસપટલ

10. નીચે આપેલ પૈકી કયું એક સુકોષકેન્દ્રી કોષ માટે સત્ય નથી ?

a. કોષદીવાલ પેપ્ટીડોગ્લાયકેનની બનેલ છે.

b. તે કોષરસમાં 80 S પ્રકારનું રિબોઝોમ ધરાવે છે.

c. કણાભસૂત્રો વર્તુળાકાર DNA ધરાવે છે.

d. પટલમય અંગિકાઓ હાજર છે.

11. નીચે આપેલ પૈકી કયું એક વિધાન કોષરસપટલ માટે સાચું નથી ?
    a. તે વનસ્પતિ કોષ અને પ્રાણીકોષ બંનેમાં હાજર હોય છે.
    b. તેમાં દ્વિસ્તરીય લીપીડ હાજર હોય છે.
    c. પ્રક્ષેપિત પ્રોટીન તેમજ શિથિલ પ્રોટીન લિપિડની દ્વિસ્તરીય રચના સાથે ગોઠવાયેલ છે.
    d. તેમાં કાર્બોદિત ક્યારેય જોવા મળતા નથી.

12. રંજકકણો કણાભસૂત્રોથી એક લક્ષણને આધારે અલગ પડે છે. તે લક્ષણ નીચે આપેલ પૈકી કયું છે ?
    a. દ્વિસ્તરીય પટલની હાજરી
    b. રિબોઝોમની હાજરી
    c. થાઈલેકોઇડની હાજરી
    d. DNAની હાજરી

13. નીચે આપેલ પૈકી કયું કાર્ય કોષમાંના કોષરસીય કંકાલનું નથી ?
    a. અંતઃકોષીય વહન
    b. કોષીય આકાર અને સંરચનાની જાળવણી
    c. અંગિકાને આધાર આપે
    d. કોષની ચલિતતા

14. કણાભસૂત્રોને જોવા માટે કયું અભિરંજક વપરાય છે ?
    a. ફાસ્ટ ગ્રીન / જેનસ ગ્રીન
    b. સોડિયમ ક્લોરાઇડ
    c. સોડિયમ હાઇડ્રોક્સાઇડ
    d. ઈઓસીન

અતિટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (VSAs)

1. વનસ્પતિ કોષમાં રસધાનીનું મહત્ત્વ શું છે ?
2. 70S અને 80S રિબોઝોમમાં ‘S’ શું દર્શાવે છે ?
3. હાઇડ્રોલાયટિક ઉત્સેચકો ધરાવતી એકપટલીય આવરિત અંગિકા જણાવો.
4. વાયુયુક્ત રસધાની શું છે ? તેઓનાં કાર્યો જણાવો.
5. પોલીઝોમનું કાર્ય શું છે ?
6. મેટાસેન્ટ્રિક રંગસૂત્રનું લક્ષણ શું છે ?
7. સેટેલાઇટ રંગસૂત્ર તરીકે કોને ઓળખાય છે ?

ટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (SAs)

1. સક્રિય રીતે પ્રોટીન સંશ્લેષણમાં ભાગ ભજવતા કોષોમાં કોષકેન્દ્રિકાની ભૂમિકા ટૂંકમાં જણાવો.
2. કાર્બોદિતનું કોષરસપટલની સાથેનું સંયોજન સમજાવો અને તેની અગત્ય જણાવો.
3. તારાકેન્દ્રની ગાડાનાં પૈડાં જેવી રચના વિશે ચર્ચા કરો.
4. કોષવાદ ટૂંકમાં વર્ણવો.
5. કણિકામય અંતઃકોષરસજાળ (RER) અને કણિકાવિહીન (લીસી) અંતઃકોષરસ જાળ (SER) વચ્ચેનો ભેદ આપો.
6. કોષરસપટલનું જૈવરાસાયણિક બંધારણ આપો. પટલમાં લિપિડ અણુઓની ગોઠવણી કેવી રીતે થયેલી હોય છે ?
7. પ્લાઝમિડ એટલે શું ? બૅક્ટેરિયામાં તેની ભૂમિકા વર્ણવો.
8. હિસ્ટોન્સ શું છે ? તેઓનાં કાર્યો કયા છે ?

દીર્ઘ જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નો (LAs)

1. કયા રચનાત્મક અને ક્રિયાત્મક વલણને આધારે કોષને જીવંત કોષ કહી શકાય ?
2. કોષવાદની રચનામાં નીચે આપેલા વૈજ્ઞાનિકોનો ફાળો ટૂંકમાં આપો :
   a. રૂડોલ્ફ વિર્શોવ
   b. સ્લાઈડન અને શ્વૉન
3. શું આદિકોષકેન્દ્રી અને સુકોષકેન્દ્રી સજીવોમાં વધારાના જીનોમિક DNA હાજર હોય છે ? જો હા હોય તો તે બંને પ્રકારના સજીવોમાં તેના સ્થાન જણાવો.
4. સજીવોમાં સંરચના અને કાર્યનો સંબંધ રહેલો છે. કોષરસપટલના ઉદાહરણ દ્વારા શું તમે તેની યથાર્થતા સમજાવી શકશો ?
5. સુકોષકેન્દ્રી કોષોની અંગિકાઓ કે જે,
   a. પટલ દ્વારા આવરિત નથી.
   b. એક પટલ દ્વારા આવરિત છે.
   c. બેવડા પટલ દ્વારા આવરિત છે.

   વિવિધ ઉપકોષીય અંગિકાઓને આ ત્રણ કક્ષાઓમાં જૂથ બનાવો.
6. 'કોષકેન્દ્રમાંનું જનીનિક દ્રવ્ય એક જાતિ માટે અચળ છે, જ્યારે વધારાનું રંગસૂત્રીય DNA વસ્તીના સભ્યોમાં બદલાતું જોવા મળે છે.' આ વિધાનની સમજૂતી આપો.

7. 'કણાભસૂત્ર કોષનું શક્તિ ઘર (Power House) છે.' વિધાનની યથાર્થતા જણાવો.

8. શું રંજકકણો જાતિ વિશિષ્ટ કે પ્રાદેશિક વિશિષ્ટ પ્રકારના હોય છે ? તેઓ એકબીજાથી કેવી રીતે અલગ પડે છે ?

9. નીચેનાં કાર્યો લખો :
   a. સેન્ટ્રોમીયર
   b. કોષદીવાલ
   c. લીસી અંતઃકોષરસજાળ (SER)
   d. ગોલ્ગીપ્રસાધન
   e. તારાકેન્દ્રો

10. શું ભિન્ન-ભિન્ન પ્રકારના રંજકકણો આંતર પરિવર્તનશીલ છે ? જો હા, તો તેમનાં ઉદાહરણો આપો કે જે એકબીજામાં પરિવર્તન પામી શકે છે.

જવાબવહી

પ્રકરણ 6 : સપુષ્પી વનસ્પતિઓની અંતઃસ્થરચના

1–a;	2–b;	3–a;	4–a;	5–c;	6–c;
7–d;	8–c;	9–b;	10–a;	11–c;	12–c;
13–a;	14–b;	15–a;	16–d;	17–c;	18–a

પ્રકરણ 7 : પ્રાણીઓમાં રચનાકીય આયોજન

1–c;	2–b;	3–d;	4–d;	5–c;	6–b;
7–a;	8–b;	9–d			

પ્રકરણ 8 : કોષ : જીવનનો એકમ

1–d;	2–d;	3–b;	4–b;	5–a;	6–b;
7–c;	8–b;	9–c;	10–a;	11–d;	12–c;
13–a;	14–a				

પ્રકરણ 9 : જૈવઅણુઓ

1–c;	2–d;	3–d;	4–d;	5–a;	6–d;
7–a;	8–b;	9–a;	10–d;	11–a;	12–a;
13–a;	14–d				

પ્રકરણ 10 : કોષચક્ર અને કોષવિભાજન

1–d;	2–b;	3–a;	4–a;	5–b;	6–c;
7–c;	8–d;	9–d;	10–b;		

પ્રકરણ 11 : વનસ્પતિઓમાં વહન

1–d	2–d;	3–a;	4–c;	5–a;	6–c;
7–b;	8–c;	9–c;	10–b;	11–a;	12–a

વર્ણનાત્મક પ્રશ્નોના નમૂનારૂપ (આદર્શ) ઉત્તરો
Model Answers to Descriptive Questions

આ પ્રકરણ બધા જ પ્રકારના પ્રશ્નોના નમૂનારૂપ જવાબો સાથે સંબંધિત છે જેમ કે, અતિ ટૂંક જવાબી (VSA) પ્રકારના પ્રશ્નો, ટૂંક જવાબી (SA) પ્રકારના પ્રશ્નો અને દીર્ઘ જવાબી (LA) પ્રકારના પ્રશ્નો. ભિન્ન એકમોમાંથી યાદચ્છિક પ્રશ્નોને પસંદ કરેલ છે, જેના સંબંધિત જવાબો યોગ્ય ઢબે રજૂ કરેલ છે અને પ્રતિનિધિત્વ અર્થે આપેલ છે. તેઓ ત્રણ કક્ષા સ્વરૂપે ત્રણ શીર્ષકમાં નીચે દર્શાવેલ છે :

અતિટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નોના ઉત્તરો (VSAs)

1. સમુદાયને ઓળખો કે જેમાં પુખ્ત પ્રાણી અરીય સમમિતિ અને ડિમ્ભ દ્વિપાર્શ્વસ્થ સમમિતિ ધરાવે છે.

ઉત્તર. શૂળત્વચી કે શૂળચર્મી સમુદાયમાં પુખ્ત પ્રાણી અરીય સમમિતિ ધરાવે છે જ્યારે તેના ડિમ્ભ દ્વિપાર્શ્વસ્થ સમમિતિ ધરાવે છે.

2. વિહગમાં છિદ્રિષ્ઠ અસ્થિઓ અને વાતાશયોનું અગત્ય (મહત્ત્વ) શું છે ?

ઉત્તર. વિહગમાં છિદ્રિષ્ઠ અસ્થિઓ શરીરને વજનમાં હલકું રાખે છે અને આથી તે ઉડ્ડયનમાં મદદરૂપ થાય છે. વાતાશયો શ્વસન અને તારકતામાં મદદરૂપ થાય છે.

3. મેટાજિનેસીસ (રૂપાંતરણ) એટલે શું ? આ ઘટના દર્શાવતાં સજીવનું ઉદાહરણ આપો.

ઉત્તર. મેટાજિનેસિસ(Metagenesis)ને સંતતિઓના એકાંતરણ તરીકે ઓળખાય છે. ઓબેલિયા આ ઘટના દર્શાવે છે.

4. અળસિયાના કયા ખંડો ઘેરા પટ્ટા કે વલયિકા સ્વરૂપે જોવા મળે છે ?

ઉત્તર. 14 થી 16 ખંડો.

5. વંદામાં આવેલ કવચ શું છે ?

ઉત્તર. વંદાના દેહના પ્રત્યેક ખંડ સખત તકતી જેવી બર્હિકંકાલની રચના ધરાવે છે જેને કવચ કહે છે.

6. શિશુ વંદા (nymph) પુખ્ત વંદામાં પહોંચવા માટે કેટલી વાર નિર્મોચનની ક્રિયા કરે છે ?

ઉત્તર. 13 વખત નિર્મોચન કરે છે.

7. અવાજ ઉત્પન્ન કરતી સ્વર કોથળીની હાજરી ધરાવતા દેડકાની જાતિ(લિંગ)ને ઓળખો.

ઉત્તર. નર દેડકો.

8. અળસિયાના ખંડોને માટે વૈજ્ઞાનિક શબ્દ કયો છે ?

ઉત્તર. સમખંડતા (Metameres).

9. એક સ્નાયુતંતુ બંને છેડે અણીદાર છે અને રેખીય પટ્ટાઓ જોવા મળતાં નથી, તો આ સ્નાયુતંતુને ઓળખો.

ઉત્તર. સરળ સ્નાયુતંતુ (Smooth muscle fibre).

10. પેશીઓમાં જોવા મળતાં વિભિન્ન કોષીય જોડાણોનાં નામ આપો.

ઉત્તર. a. સખત જોડાણો (Tight junctions)

b. અભિલગ્ન જોડાણો (Adhering junctions)

c. અવકાશીય જોડાણો (Gap junctions).

11. પુખ્ત નર દેડકાના ઓળખ માટેનાં બે લક્ષણો આપો.

ઉત્તર. a. સ્વર કોથળીઓ

b. મૈથુન ગાદી / પ્રજનન ગાદી.

12. કોષરસપટલ નાના કદના, લિપિડ દ્રાવ્ય અણુઓનું પ્રસરણ ઝડપી કરે છે, પરંતુ કેટલાક જૈવઅણુઓ દ્વારા જલાનુરાગી દ્રવ્યોની ગતિશીલતા સાનુકૂલિત વહન થાય છે. આ જૈવિક અણુઓ ____________ છે.

ઉત્તર. પ્રોટીન.

13. આસૃતિ એક વિશિષ્ટ પ્રકારનું પ્રસરણ છે, જેમાં પાણીનું પ્રસરણ કોષરસપટલની આરપાર થાય છે. આસૃતિની દિશા અને તેનો દર બંને ____________ પર આધારિત છે.

ઉત્તર. દબાણ અને સંકેન્દ્રણ ઢોળાંશ

14. એક જલીય વનસ્પતિની ઝડપી વૃદ્ધિ માટે યૂરિયા આપવામાં આવે છે, પરંતુ કેટલાક સમય પછી તે વનસ્પતિ મૃત્યુ પામે છે. ____________ ને લીધે આ (ઘટના) થાય છે.

ઉત્તર. બર્હિઆસૃતિ

15. શુષ્ક બીજ દ્વારા ભૂમિમાંથી પાણીનું થતું શોષણ ________ માં વધારો કરે છે, જે પ્રાંકુરને ભૂમિમાંથી બહાર નીકળવામાં મદદરૂપ થાય છે.

ઉત્તર. દબાણ

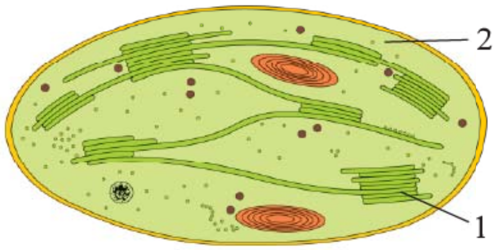
16. 20 મી ઊંચાઈના એક વૃક્ષની ટોચ સુધી પાણીનું વહન ગુરુત્વાકર્ષણની વિરુદ્ધ દિશામાં બે કલાકમાં થાય છે. પાણીના ઊર્ધ્વગમન માટે જવાબદાર દેહધાર્મિક ઘટના ________ છે.

ઉત્તર. ઉત્સ્વેદન દાબ

17. વનસ્પતિકોષમાં કોષરસ કોષરસપટલ અને કોષદીવાલ દ્વારા આવરિત થયેલ હોય છે. દ્રવ્યોના વિશિષ્ટ વહન મોટે ભાગે કોષરસપટલની આરપાર થાય છે. કારણ કે ________.

ઉત્તર. દ્રાવણમાંના પાણી અને દ્રાવ્યો કોષદીવાલમાંથી મુક્ત રીતે પસાર થઈ શકે છે, પરંતુ કોષરસપટલ એક પસંદગીશીલ પ્રવેશશીલ છે.

18. આકૃતિનું પરીક્ષણ કરો :



a. શું આ સંરચના પ્રાણીકોષ કે વનસ્પતિકોષમાં હાજર છે ?

b. શું આ સંરચના સંતતિમાં ઊતરી આવે છે ? કેવી રીતે ?

c. ભાગ (1) અને ભાગ (2)માં થતી ચયાપચયિક ક્રિયાઓનાં નામ આપો.

ઉત્તર. a. વનસ્પતિકોષ

b. હા, માદા જન્યુઓ દ્વારા વહન પામે.

c. ભાગ (1)માં → ફોટોસ્ફોરાયલેશન

ભાગ (2)માં → કેલ્વીન ચક્ર

19. $2H_2O \longrightarrow 2H^+ + O_2 + 4e^-$

ઉપર્યુક્ત સમીકરણને આધારે નીચે આપેલ પ્રશ્નોના જવાબ આપો :

a. વનસ્પતિઓમાં આ પ્રક્રિયા ક્યાં થાય છે ?

b. આ પ્રક્રિયાનું મહત્ત્વ શું છે ?

ઉત્તર. a. થાઈલેકોઈડ્સના અવકાશમાં

b. આ પ્રક્રિયા દરમિયાન O_2 ઉદ્દ્ભવે છે. તદુપરાંત Ps-II માટે સતત ઈલેક્ટ્રૉન્સની પ્રાપ્યતા દર્શાવે છે.

20. સાયનોબૅક્ટેરિયા અને કેટલાક અન્ય પ્રકાશસંશ્લેષિત બૅક્ટેરિયા હરિતકણો ધરાવતાં નથી, તો તેઓ પ્રકાશસંશ્લેષણ કેવી રીતે કરે છે ?

ઉત્તર. સાયનોબૅક્ટેરિયા અને પ્રકાશસંશ્લેષિત બૅક્ટેરિયા કોષરસમાં મુક્ત નિલંબિત થાઈલેકોઈડ્સ ધરાવે છે. (એટલે કે તેઓ પટલથી આવરિત હોતાં નથી.) અને તેઓ બૅક્ટેરિયો ક્લોરોફિલ ધરાવે છે.

21. a. ______________ પર NADP રિડેંક્ટેઝ ઉત્સેચક આવેલો છે.

b. પ્રોટોન ઢોળાંશ તૂટવાથી ______________ મુક્ત થાય છે.

ઉત્તર. a. ગ્રેના-લેમીલી b. ઊર્જા

22. યોગ્ય શબ્દ / શબ્દો દ્વારા ખાલી જગ્યા પૂરો :

a. વૃદ્ધિનો એક તબક્કો કે જેમાં મહત્તમ અને ઝડપી વૃદ્ધિ થાય છે તે ______________ છે.

b. પાર્શ્વ કલિકામાં હોય તેના કરતાં અગ્રકલિકામાં ________ ના વધુ પ્રમાણને કારણે દ્વિદળીમાં અગ્રીય પ્રભાવિતાની અભિવ્યક્તિ થાય છે.

c. વનસ્પતિ પેશી સંવર્ધનમાં સારો કેલસ મેળવવા માટે માધ્યમમાં ઑક્ઝિન સાથે ______________ પણ આપવામાં આવે છે.

d. વનસ્પતિના ______________ એ વાનસ્પતિક સ્થાન છે કે જે પ્રકાશાવધિકાળ ધરાવે છે.

ઉત્તર. a. ચરઘાતાંકીય તબક્કો / S-વક્રનો લૉગ-તબક્કો

b. ઑક્ઝિન / IAA

c. સાયટોકાઈનીન / કાઇનેટીન / 6 BAP / ઝિએટીન વગેરે.

d. પર્ણો

23. વનસ્પતિવૃદ્ધિ પદાર્થો (PGS) અસંખ્ય પ્રાયોગિક ઉપયોજનો ધરાવે છે. તમે ઉપયોગમાં લેનાર PGSનું નામ આપો.

a. શેરડીના ઉત્પાદનમાં વધારો દર્શાવવા.

b. પ્રરોહની પાર્શ્વવૃદ્ધિને પ્રેરિત કરવા માટે.

c. બટાટાના ગ્રંથિલનું અંકુરણ પ્રેરવા.

d. બીજાંકુરણને અવરોધે છે.

ઉત્તર. a. GA_3 / જીબરેલીન / જીબરેલિક ઍસિડ

b. સાયટોકાઈનીન / ઝિએટીન / કાઈનેટીન / Kn

c. C_2H_4 / ઈથિલીન

d. ABA / એબ્સિસિક ઍસિડ.

24. જઠરના એસિડિક જઠરરસ સાથે ખોરાકને મિશ્ર કરવામાં તેની સ્નાયુમય દીવાલનું પરિસંકોચન જવાબદાર છે. ત્યાર પછી આપણે તે ખોરાકને શું કહીએ છીએ ?

ઉત્તર. આમપાક/જઠરપાક (Chyme)

25. ટ્રિપ્સીનોજેન સ્વાદુરસનો નિષ્ક્રિય ઉત્સેચક છે. એન્ટેરોકાઈનેઝ ઉત્સેચક તેને સક્રિય કરે છે. કઈ પેશી/કોષો આ ઉત્સેચકનો સ્રાવ કરે છે ?

ઉત્તર. આંત્રમાર્ગનું શ્લેષ્મસ્તર

26. પાચનમાર્ગનો કયો ભાગ પાણી, સરળ શર્કરાઓ અને આલ્કોહૉલના શોષણની ક્રિયા કરે છે ?

ઉત્તર. જઠર

27. ન્યુક્લિઓટાઈડ્સને તોડીને શર્કરાઓ અને બેઝીસમાં ફેરવવા સાથે સંકળાયેલ ઉત્સેચકોનાં નામ આપો.

ઉત્તર. ન્યુક્લિઓટાઈડેઝીસ અને ન્યુક્લિઓસાઈડેઝિસ.

28. એક વાક્યમાં પાચનને વ્યાખ્યાયિત કરો.

ઉત્તર. જટિલ ખોરાકનાં દ્રવ્યોનું પાચનતંત્રમાં સરળ શોષણ પામી શકે તેવા સ્વરૂપમાં રૂપાંતરણ કરવાની ક્રિયાને પાચન કહે છે.

29. પ્રત્યેક દાંત જડબાનાં અસ્થિઓના ખાડામાં ગોઠવાયેલા હોય છે. આ પ્રકારની દાંતની ગોઠવણને શું કહે છે ?

ઉત્તર. કૂપદંતી (Thecodont).

30. ઉદરગુહાના ડાબી તરફના ઉપરી ભાગમાં જઠર આવેલું હોય છે અને ત્રણ મુખ્ય ભાગો ધરાવે છે. આ ત્રણ ભાગોનાં નામ આપો.

ઉત્તર. હૃદયગામી જઠર, ઉપરી જઠર અને નીજઠર.

31. શું પિત્તાશય પિત્તરસનું નિર્માણ કરે છે ?

ઉત્તર. ના

32. ફેફસાં દ્વિપટલીય આવરણથી આવરિત છે જેમની વચ્ચે પ્રવાહી ભરેલું છે. તેનું નામ આપો અને તેનું અગત્યનું કાર્ય જણાવો.

ઉત્તર. ફેફસાંનાં બે આવરણોની વચ્ચે ફુપ્ફુસીય પ્રવાહી હોય છે અને તે ફેફસાંનું આંચકા સામે રક્ષણ કરે છે.

33. આપણા શરીરમાં વાત-વિનિમયનું પ્રાથમિક સ્થાન જણાવો.

ઉત્તર. વાયુકોષ્ઠો

34. 'સિગારેટ પીવાને કારણે એમ્ફિસેમા થાય છે.' કારણ આપો.

ઉત્તર. સિગારેટ પીવાને કારણે વાયુકોષ્ઠોની દીવાલોને નુકસાન થાય છે પરિણામે વાત-વિનિમય માટેની શ્વસન સપાટી ઘટે છે.

35. સામાન્ય દેહધાર્મિક પરિસ્થિતિ હેઠળ પ્રત્યેક ઑક્સિજનયુક્ત 100 mL રુધિર દ્વારા કેટલા પ્રમાણમાં O_2નું વહન થાય છે ?

ઉત્તર. 5 mL ઑક્સિજન/100 mL ઑક્સિજનયુક્ત રુધિર

36. મોટા ભાગનું 97 % O_2નું વહન RBCs દ્વારા રુધિરમાં થાય છે, તો બાકીના 3 % O_2નું વહન કેવી રીતે થાય છે ?

ઉત્તર. રુધિરરસ દ્વારા

37. રુધિરનો ઘટક કે જે સ્નિગ્ધ અને આછો પીળો રંગ ધરાવતું પ્રવાહી છે. તેનું નામ આપો.

ઉત્તર. રુધિરરસ

38. નીચે આપેલ વિધાનોમાં યોગ્ય શબ્દ મૂકીને તેને પૂર્ણ કરો :

a. __________ કારકો સિવાયના રુધિરરસને સીરમ કહે છે.

ઉત્તર. ગંઠાઈ જવાના

b. __________ અને મોનોસાઈટ્સ (એકકેન્દ્રીય કણો) ભક્ષક કોષો છે.

ઉત્તર. ન્યુટ્રોફિલ્સ

c. ઈઓસીનોફિલ્સ __________ પ્રક્રિયાઓ સાથે સંકળાયેલા છે.

ઉત્તર. એલર્જીક

d. ગંઠાઈ જવામાં __________ આયન અગત્યની ભૂમિકા ભજવે છે.

ઉત્તર. કૅલ્શિયમ

e. ECG માં __________ની સંખ્યાની ગણતરી દ્વારા હૃદયના ધબકારાનો એકમ-દર દર્શાવાય છે.

ઉત્તર. QRS સંકુલ.

39. પાચનમાર્ગ અને યકૃતને સાંકળતા પરિવહન માર્ગના જોડાણને આ નામે ઓળખાય છે.

ઉત્તર. યકૃત નિવાહિકા શિરાતંત્ર

40. નીચેની અનિયમિત પરિસ્થિતિઓ રુધિર પરિવહન સંબંધિત છે. અનિયમિતતાનાં નામ આપો.

a. હૃદ-સ્નાયુઓને O_2 પહોંચાડવામાં નિષ્ફળ જવાને લીધે થતો છાતીનો તીવ્ર દુખાવો.

ઉત્તર. એન્જાઈના

b. સિસ્ટોલિક દબાણમાં વધારો થાય તેને.

ઉત્તર. ઊંચો રુધિરદાબ

41. રુધિરમાં આવેલા નીચેનાં ઘટકોનું કાર્ય જણાવો.

a. ફાઈબ્રીનોજેન

ઉત્તર. રુધિરની જમાવટ કે ગંઠાઈ જવામાં

b. ગ્લોબ્યુલીન

ઉત્તર. રોગપ્રતિકારકતા એટલે કે શરીરનાં સંરક્ષણની ક્રિયાવિધિ

c. ન્યુટ્રોફીલ્સ

ઉત્તર. ભક્ષક કોષો તરીકે

d. લિમ્ફોસાઈટ્સ

ઉત્તર. રોગપ્રતિકારકતા માટે.

42. રુધિર કેશિકાગુચ્છ ગાળણમાં આવેલ બે સક્રિય વહનશીલ પદાર્થોનાં નામ આપો.

ઉત્તર. ગ્લુકોઝ અને એમિનો એસિડ્સ

43. મૂત્રના પૃથક્કરણ દ્વારા નિદાન પામતી કોઈ પણ બે ચયાપચયિક અનિયમિતતા જણાવો.

ઉત્તર. ગ્લાયકોસૂરિયા અને કિટોન્યુરિયા

44. મૂત્રનિર્માણની મુખ્ય ક્રિયાઓ કઈ છે ?

ઉત્તર. મૂત્રનિર્માણની મુખ્ય ક્રિયાઓ ગાળણ, પુનઃશોષણ, સ્રાવ અને સંકેન્દ્રણ / મંદનની છે.

45. ગાળણના પુનઃશોષણ દરમિયાન સક્રિય વહન અને નિષ્ક્રિય વહન પામતા પદાર્થોની નોંધ કરો.

ઉત્તર. સક્રિય વહન - ગ્લુકોઝ, એમિનો ઍસિડ્સ અને Na^+.

નિષ્ક્રિય વહન - N_2 યુક્ત ઉત્સર્ગ દ્રવ્યો અને પાણી

46. માનવ શરીરમાં આવેલ પેશીઓ કે કોષોનાં નામ આપો.

a કે જે અમીબીય હલનચલન દર્શાવે છે.

ઉત્તર. a. મેક્રોફેઝિસ.

b. કે જે પક્ષ્મીય હલનચલન દર્શાવે છે.

ઉત્તર. b. નાસિકાકોટરના પક્ષ્મલ અધિચ્છદીય કોષો.

c. કે જે સ્નાયુમય હલનચલન દર્શાવે છે.

ઉત્તર. c. જીભ અને ઉપાંગોના સ્નાયુઓ

47. પ્રચલન દર્શાવવા માટે સ્નાયુ, ____________ અને ____________ તંત્રો વચ્ચેની સંવાદિતતાની જરૂર હોય છે.

ઉત્તર. કંકાલ અને ચેતા

48. ત્રણ નાનાં અસ્થિઓ મધ્યકર્ણમાં આવેલાં છે જેઓને કર્ણાસ્થિઓ કહે છે. કર્ણપટલથી શરૂ કરી તેમને સાચાં ક્રમમાં લખો.

ઉત્તર. હથોડી, એરણ, પેંગડું

49. વિદ્યુત ઊર્મિવેગમાં સંકળાયેલ અંગોને નીચે આપેલ છે જેમને સાચી શ્રેણીમાં પુનઃ ગોઠવો.

ચેતાપાગમીય ગાંઠ, શિખાતંતુ, ચેતાકોષકાય, અક્ષતંતુનો ચેતાન્ત, ચેતાક્ષ

ઉત્તર. શિખાતંતુ – ચેતાકોષકાય – અક્ષતંતુ – અક્ષતંતુનો ચેતાન્ત – ચેતોપાગમીય ગાંઠ

50. શરીરની સ્થિતિ અને સમતોલનને જાળવવામાં કાનની ભૂમિકા અંગે અભિપ્રાય આપો.

ઉત્તર. શરીરની સ્થિતિ અને સમતોલનપણાની જાળવણી માટે વેસ્ટિબ્યુલર પ્રસાધનનાં ચોક્કસ ગ્રાહી સ્થાનો જેવા કે ક્રિસ્ટા અને મેક્યુલા જવાબદાર છે.

51. નેત્રપટલના ચોક્કસ પ્રકારના કોષો આપણી આસપાસની વસ્તુના રંગની ઓળખ આપે છે. તેઓ શું છે ?

ઉત્તર. નેત્રપટલના શંકુકોષો આપણી આસપાસની રંગીન વસ્તુઓને ઓળખવાની ક્ષમતા આપે છે.

52. બાહ્ય કર્ણસ્થનલિકામાંથી અવાજનું વહન અને ગ્રહણ માટેનો ક્રમ નીચે આપેલ છે જેને સાચી શ્રેણીમાં ગોઠવો.

શંખિકાચેતા, કર્ણપટલ, પેંગડું, એરણ, હથોડી, શંખિકા

ઉત્તર. કર્ણપટલ, હથોડી, એરણ, પેંગડું, શંખિકા, શંખિકાચેતા.

53. માનવશરીરમાં ઘણી અંતઃસ્રાવી ગ્રંથિઓ આવેલી છે. એવી ગ્રંથિનું નામ આપો કે નરમાં ગેરહાજર હોય છે. તેવી જ રીતે માદામાં હોય અને નરમાં ગેરહાજર હોય.

ઉત્તર. નરમાં - અંડપિંડ અને માદામાં - શુક્રપિંડ ગેરહાજર હોય છે.

54. એડ્રિનલ બાહ્યકના બે સ્તરો ઝોના ગ્લોમેરુલોસા અને ઝોના રેટિક્યુલારિસમાંથી કયું બહારનું સ્તર બીજા સ્તરને આવરે છે ?

ઉત્તર. બહારનું સ્તર : ઝોના ગ્લોમેરુલોસા; અંદરનું સ્તર : ઝોના રેટિક્યુલારિસ.

55. ઈરિથ્રોપોએસિસ એટલે શું ? કયો અંતઃસ્રાવ તેને પ્રેરિત કરે છે ?

ઉત્તર. ઈરિથ્રોપોએસિસ એટલે કે રક્તકણોનું સંશ્લેષણને અને ઈરિથ્રોપોએટિન અંતઃસ્રાવ તે ક્રિયાને ઉત્તેજે છે.

ટૂંક જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નોના ઉત્તરો (SAs)

1. તફાવત આપો.

a. ખુલ્લું પરિવહન તંત્ર અને બંધ પરિવહન તંત્ર

ઉત્તર.

ખુલ્લું પરિવહન તંત્ર	**બંધ પરિવહન તંત્ર**
રુધિર હૃદયની બહારના અવકાશોમાં ધકેલાય છે અને કોષો અને પેશીઓ તેમાં (રુધિરથી) ડૂબેલાં હોય છે.	રુધિર વાહિનીઓની જાળીરૂપ રચનામાં પરિવહન પામે છે.

b. અંડપ્રસવી અને અપત્ય પ્રસવી

ઉત્તર.

અંડપ્રસવી	**અપત્ય પ્રસવી**
જે પ્રાણીઓ ઈંડાંઓ મૂકે છે તેઓને અંડપ્રસવી કહે છે.	જે પ્રાણીઓ પોતાના નવજાત શિશુને જન્મ આપે છે તેઓને અપત્ય પ્રસવી કહે છે.

c. પ્રત્યક્ષ વિકાસ અને પરોક્ષ વિકાસ

ઉત્તર.

પ્રત્યક્ષ વિકાસ	**પરોક્ષ વિકાસ**
જે પ્રાણીઓ તેમના વિકાસમાં ડિમ્ભાવસ્થા ધરાવતા નથી અને સીધો પુખ્ત વિકાસ ધરાવે છે.	જે પ્રાણીઓ ડિમ્ભાવસ્થા ધરાવે છે કે જેની રચના પુખ્ત સાથે સંબંધિત હોતી નથી તેને પરોક્ષ વિકાસ કહે છે.

2. આપેલ ખાલી જગ્યામાં યોગ્ય શબ્દની પૂર્તિ કરો.

સમુદાય/વર્ગ	ઉત્સર્ગ અંગ	પરિવહન અંગ	શ્વસન અંગ
સંધિપાદ	A	B	ફેફસાં/શ્વાસનલિકા તંત્ર/ઝાલર
C	ઉત્સર્ગિકા	બંધ	ત્વચા/પરિચલન પાદો
D	ઉચ્ચ ઉત્સર્ગિકા	ખુલ્લું	E
ઉભયજીવી	F	બંધ	ફેફસાં

ઉત્તર.

A = માલ્પિધિયનનલિકા / કોક્સલ ગ્રંથિઓ / એન્ટરનરી ગ્રંથિઓ / હરિતપિંડો

B = ખુલ્લું

C = નુપૂરક

D = મૃદુકાય

E = પીંછા જેવી ઝાલરો

F = મૂત્રપિંડ

3. આવૃત્ત બીજધારી વનસ્પતિઓનાં મૂળના બે ઉદાહરણો જણાવો કે જેમાં મૂળનો વિકાસ ભ્રૂણમૂળ સિવાયના ભાગોમાંથી થયેલ હોય.

ઉત્તર. જે મૂળ વનસ્પતિના ભ્રૂણમૂળ સિવાયના ભાગોમાંથી ઉદ્‌ભવે છે તેઓને અસ્થાનિક મૂળ કહે છે.

ઉદાહરણ : શ્વસન મૂળ - શ્વસન માટે,
સ્તંભીય મૂળ - આધાર માટે (દ્વિદળીમાં)
અવલંબન મૂળ - આધાર માટે (એકદળીમાં)

4. જ્યારે નાસપતિ કે ચીકુ ખાઈએ છીએ ત્યારે સામાન્ય રીતે જોવા મળે છે કે, દાંતની સાથે પથ્થર જેવી રચનાઓ અથડાય છે. આવી પથ્થર જેવી રચનાઓને શું કહે છે ?

ઉત્તર. જ્યારે આપણે નાસપતિ કે ચીકુ જેવા ફળ ખાઈએ છીએ ત્યારે ખરેખર અષ્ઠિકોષો કે દઢોત્તક કોષો કે જેઓ અશાખીત, ટૂંકા અને સમદ્વિ પરિમાણીક પ્રકારના હોય છે. તે દાંત સાથે અથડાય છે. આ દઢોત્તક કોષો સામાન્ય રીતે સમૂહમાં જોવા મળે છે અને ગર પ્રદેશને સખત કે પથ્થર જેવી મજબૂતાઈ આપે છે જે દાંતની વચ્ચે રહેલી જગ્યામાં ફસાઈ જાય છે.

5. પામ એકદળી વનસ્પતિ હોવા છતાં તેના ઘેરાવામાં વધારો થાય છે. શા માટે અને કેવી રીતે ?

ઉત્તર. પામ વૃક્ષ એકદળી વનસ્પતિ છે અને બધી જ એકદળી જેમ તેઓના પ્રકાંડ વાહીપુલોમાં પ્રાથમિક એધા (પુલીય એધા) ધરાવતી નથી. છતાં પણ વૃક્ષની ઉંમર વધતા તેના વ્યાસમાં વૃદ્ધિ થાય છે, જે આધાર પેશીની વૃદ્ધિનું પરિણામ છે. દ્વિતીય એધાનું નિર્માણ પ્રકાંડના અધઃસ્તરમાં થાય છે. ત્યાર બાદ સંયોગી પેશી અને વર્ધમાન કોષોનાં સમૂહો સર્જાય છે. વર્ધમાન કોષોની સક્રિયતાને પરિણામે દ્વિતીય વાહીપુલોનું નિર્માણ થાય છે.

6. વંદામાં અંધાંત્રોનું સ્થાન આપો. તેઓનું કાર્ય શું છે ?

ઉત્તર. 6-8 અંધનલિકાઓની બનેલી વલયમય રચનાને અંધાંત્રો કહે છે. જે અંગ્રાંત્ર અને મધ્યાંત્રના જોડાણ સ્થાને જોવા મળે છે. અંધાંત્રો પાચકરસનો સ્રાવ કરે છે.

7. દેડકાઓ માનવકલ્યાણ માટે આશીર્વાદરૂપ છે. આ વિધાનની યથાર્થતા જણાવો.

ઉત્તર. દેડકાઓ માનવકલાયણ માટે આશીર્વાદરૂપ છે કારણ કે તેઓ કેટલાક પાકના જંતુઓને ખાઈ જાય છે અને પાકનું રક્ષણ કરે છે. તેઓ આહારજાળ અને આહારશૃંખલાના અગત્યના ઘટક તરીકે પરિસ્થિતિકીય સમતોલન જાળવે છે. કેટલાક દેશોમાં તેઓ ખાદ્ય પણ છે.

8. કૉલમ Aમાં કેટલાંક પ્રાણીઓના સામાન્ય નામ આપેલાં છે. તેઓના વૈજ્ઞાનિક નામ કૉલમ Bમાં લખો.

	કૉલમ A	**કૉલમ B**
a.	વાઘ	પેન્થેરા ટાઈગ્રિસ *(Panthera tigris)*
b.	મોર	પાવો ક્રિસ્ટેટ્સ *(Pavo cristatus)*
c.	ઘરમાખી	મસ્કા ડોમેસ્ટિકા *(Musca domestica)*

9. જ્યારે સ્પાયરોગાયરાના તંતુઓને તાજા એકઠા કરીને 10 % પોટૅશિયમ નાઇટ્રેટના દ્રાવણમાં મૂકવામાં આવે, તો અવલોકિત કરવામાં આવ્યું છે કે તેનો જીવરસ સંકોચન પામે છે :
   a. આ ઘટનાને શું કહે છે ?
   b. જો આ તંતુઓને નિસ્યંદિત પાણીમાં સ્થળાંતરિત કરવામાં આવે તો શું થાય ?

ઉત્તર. a. આ ઘટનાને રસસંકોચન (Plasmolysis) કહે છે. જ્યારે કોષને અધિસાંદ્ર દ્રાવણ મૂકવામાં આવે, તો તેને અનુસરીને કોષદીવાલથી આવરિત જીવરસ સંકોચન પામે છે જેને રસસંકોચન કહે છે.

b. જો સ્પાયરોગાયરાના તંતુઓને નિસ્યંદિત પાણીમાં મૂકવામાં આવે તો જીવરસમાં પાણી પ્રવેશે છે જેથી કોષમાંનો જીવરસ ફૂલે છે અને પોતાનું મૂળભૂત કદ ધારણ કરે છે. સંકોચન પામેલ જીવરસ નિર્બળ કે મંદ દ્રાવણ કે પાણીને અનુસરીને ફૂલે છે જેને રસનિઃસંકોચન (deplasmolysis) કહે છે.

10. સલ્ફર વનસ્પતિઓ માટે કેવી રીતે અગત્યનો છે ? તે (સલ્ફર) ધરાવતા એમિનો ઍસિડ્સના નામ આપો.

ઉત્તર. સલ્ફર ધરાવતાં કેટલાક એમિનો ઍસિડ્સ મિથિયોનીન અને સિસ્ટીન છે. જે પ્રોટીન સંશ્લેષણ માટે આવશ્યક છે. તે કેટલાક સહઉત્સેચકો, વિટામિન્સ (બાયોટીન અને થિયામીન) અને ફેરેડોક્સિનના બંધારણીય ઘટક તરીકે હોય છે તેમજ કેટલાક જૈવરાસાયણિક પરિપથ સાથે પણ સંકળાયેલ છે.

11. નાઇટ્રોજન ચક્રમાં સ્યુડોમોનાસ અને થિઓબેસિલસ જેવા સજીવોનું મહત્ત્વ શું છે ?

ઉત્તર. સ્યુડોમોનાસ અને થિઓબેસિલસ ભૂમિમાં આવેલ નાઇટ્રેટના ડીનાઇટ્રિફિકેશનની ક્રિયા કરે છે જેથી વાતાવરણીય નાઇટ્રોજનમાં તે યોગદાન આપે છે.

12. નીચે આપેલ આકૃતિનું ધ્યાનથી અવલોકન કરો.

a. આકૃતિમાં દર્શાવેલી ટેક્નિકનું નામ આપો અને સૌપ્રથમ વાર આ ટેક્નિક જે વૈજ્ઞાનિક નિર્દેશિત કરી હતી તેનું નામ આપો.

ઉત્તર. હાઇડ્રોપોનિક ટેક્નિક (Hydroponic Technique = જળસંવર્ધન ટેક્નિક), જુલિયસ વૉન સેચ.

b. ઓછામાં ઓછી ત્રણ વનસ્પતિઓનાં નામ આપો કે જેમાં આ ટેક્નિકનો ઉપયોગ તેમના વ્યાપારિક ઉત્પાદન માટે થાય છે.

ઉત્તર. ટામેટાં, બીજરહિત કાકડી, સલાડ માટેની ભાજીઓ (lettuce)

c. આ સાધનમાં ઉમેરણ ગળણી અને હવાવહન કરતી નળીનું મહત્ત્વ શું છે ?

ઉત્તર. વનસ્પતિની ઈષ્ટતમ વૃદ્ધિ માટે મૂળને હવા પ્રાપ્ય કરાવવા માટે હવા-પ્રસરણનળી ઉપયોગી છે. ઉમેરણ ગળણીનો ઉપયોગ પાણી અને પોષક દ્રવ્યોને પોષક દ્રાવણયુક્ત પાત્રમાં ઉમેરણ કરવા માટે છે. આ દ્રાવણને પ્રતિદિન કે બે દિવસે બદલવું જોઈએ. જેથી મહત્તમ વૃદ્ધિ પ્રાપ્ત થઈ શકે.

13. N_2 સ્થાપન માટે મૂળગંડિકાઓમાં કયો મહત્ત્વનો ઉત્સેચક જોવા મળે છે ? શું તેનાં કાર્ય માટે વિશિષ્ટ ગુલાબી રંગના રંજકદ્રવ્યની આવશ્યકતા છે ? સમજાવો.

ઉત્તર. નાઇટ્રોજીનેઝ ઉત્સેચક હા, તેની ક્રિયાશીલતા માટે વિશિષ્ટ ગુલાબી રંગના રંજકદ્રવ્ય જેને લેગહિમોગ્લોબીન કહે છે કે જે મૂળગંડિકામાં હોય તે આવશ્યક છે. આ રંજકદ્રવ્ય અજારક સ્થિતિ હેઠળ નાઇટ્રોજીનેઝને ક્રિયાશીલ રાખવા માટે ઑક્સિજનનું અપમાર્જન કરે છે.

14. માંસલપર્ણી વનસ્પતિઓ બાષ્પોત્સર્જન ઘટાડવા માટે દિવસ દરમિયાન નિમગ્ન તરીકે ઓળખાતા વાયુરંધ્ર બંધ રાખે છે. તેઓ પ્રકાશસંશ્લેષણ માટેની જરૂરિયાતરૂપે CO_2 કેવી રીતે મેળવે છે ?

ઉત્તર. સક્યુલન્ટ (Succulent = પાણીનો સંગ્રહ કરતાં = નિમગ્ન) વનસ્પતિઓ જેવી કે થોર (ફાફડોથોર), યુફોરબીઆં CO_2 ના સ્થાપનમાં કાર્બનિક સંયોજન PEP કાર્બોક્ઝાયલેઝનો રાત્રે ઉપયોગ કરે છે. વાયુરંધ્રો ખુલ્લા હોય છે ત્યારે $PEP + CO_2 \longrightarrow OAA$.

$OAA \longrightarrow \quad \longrightarrow \quad \longrightarrow$ મેલિક ઍસિડ.

રાત્રિ દરમિયાન કાર્બનિક સંયોજન મેલિક ઍસિડનો ભરાવો થાય છે અને દિવસ દરમિયાન ડીકાર્બોક્સિલેશન પામી તે CO_2 નું નિર્માણ કરે છે.

15. પ્રકાશ-પ્રક્રિયા માટે ક્લોરોફિલ 'a' પ્રાથમિક રંજકદ્રવ્ય છે. સહાયક રંજકદ્રવ્યો કયાં છે ? તેઓની પ્રકાશસંશ્લેષણમાં ભૂમિકા શું છે ?

ઉત્તર. સહાયક રંજકદ્રવ્યો તે છે જેઓ પ્રકાશસંશ્લેષણ માટે વિભિન્ન તરંગલંબાઈવાળા પ્રકાશમાંથી ઊર્જા પ્રાપ્ત કરે છે. દા.ત., ક્લોરોફિલ b, ઝેન્થોફિલ્સ અને કેરોટિનોઇડ્સ.

પ્રકાશસંશ્લેષણમાં તેઓની ભૂમિકા :

a. તેઓ ક્લોરોફિલ 'a' દ્વારા નહિ શોષાયેલ પ્રકાશતરંગ લંબાઈનું શોષણ કરે છે અને આ ઊર્જાનું વહન ક્લોરોફિલ a ને કરે છે.

b. તેઓ ક્લોરોફિલ a ને ફોટોઑક્સિડેશન સામે રક્ષણ પણ આપે છે.

16. નિકોટીઆના ટોબેકમ એ લઘુ દિવસીય વનસ્પતિ છે. જ્યારે તેના પર સંક્રાંતિકાળ કરતાં વધારે પ્રકાશ આપાત કરવામાં આવે છે, તો તે પુષ્પોદ્ભવ માટે નિષ્ફળ જાય છે. સમજાવો.

ઉત્તર.
a. કેટલીક વનસ્પતિઓને પુષ્પોદ્ભવના પ્રતિચાર માટે નિયમિત રીતે (ક્રમવાર) એકાંતરે પ્રકાશ અને અંધકાર સમયગાળાની જરૂર હોય છે. આ ઘટનાને પ્રકાશઅવધિકાળ કહે છે.
b. પ્રકાશની આવશ્યકતા હોવી તે અનિવાર્ય છે. SDP (લઘુ દિવસીય વનસ્પતિઓ)ને જ્યારે સંક્રાંતિ સમયગાળા કરતાં વધારે પ્રકાશ સમયગાળો આપાત કરવામાં આવે તો તેઓ પુષ્પ ઉત્પન્ન કરવામાં નિષ્ફળ જાય છે.
c. તેવી વનસ્પતિઓને કે જેને સંક્રાંતિ સમયગાળા કરતાં વધારે પ્રકાશ સમયગાળો આપાત કરવામાં આવે, તો તેઓ પુષ્પોદ્ભવનો પ્રતિચાર દર્શાવે છે. તેને દીર્ઘ દિવસીય વનસ્પતિઓ (LDPs) કહે છે.
d. જો નીકોટિઆના ટોબેકમ પર સંક્રાંતિ સમયગાળા કરતાં વધારે સમયગાળા માટે પ્રકાશ આપાત કરવામાં આવે, તો પુષ્પ ઉત્પન્ન કરવામાં નિષ્ફળ જાય છે. કારણ કે તે SDP છે.

17. સંરચનાકીય લાક્ષણિકતા જણાવો.
a. મૂળાગ્રની નજીકના વર્ધમાન કોષો
b. મૂળના વિસ્તરણ પ્રદેશમાંના કોષો

ઉત્તર.
a. મૂળાગ્રની નજીક આવેલા વર્ધમાન કોષોની લાક્ષણિકતા :
- જીવરસ સભર હોય.
- મોટું સ્પષ્ટ કોષકેન્દ્ર ધરાવે.
- પાતળી અને સેલ્યુલોઝયુક્ત કોષદીવાલ - જે પ્રાથમિક પ્રકારની છે.
- જૂજ માત્રામાં રસધાનીઓ ધરાવે.
- વધુ માત્રામાં કણાભસૂત્રો ધરાવે.
- પ્લાઝમોડેસ્માટા(કોષરસીયતંતુઓની)ની માત્રા વધુ હોય.

b. મૂળના વિસ્તરણ પ્રદેશના કોષોની લાક્ષણિકતા :
- રસધાનીઓમાં વધારો દર્શાવે.
- કદમાં વિસ્તરણ/વધારો દર્શાવે.
- નવી સૅલ્યુલોઝયુક્ત કોષદીવાલો બને.

18. એક માળીને તેની લૉન(યોગ્ય રીતે ઉગાડેલું ઘાસ)માં પહોળાં પર્ણોવાળી દ્વિદળીય નીંદણ જોવા મળે છે. નીંદણથી છૂટકારો મેળવવા શું કરવું જોઈએ ?

ઉત્તર. પ્રરોહાગ્રની વર્ધમાનપેશી દ્વારા દ્વિદળી વનસ્પતિની વૃદ્ધિ થાય છે, જ્યારે ઘાસ તે આંતરવિષ્ટ વર્ધમાનપેશી ધરાવે છે. કેટલાક સંશ્લેષિત ઑક્ઝિન જેવાં કે 2, 4-ડાયક્લોરોફીનોક્સીએસિટિક એસિડ (2, 4 –D). જ્યારે તેને વધુ પ્રમાણમાં આપવામાં આવે ત્યારે પ્રરોહાગ્રની વર્ધમાન પેશીને ઈજા થાય છે, પરંતુ તેઓ આંતરવિષ્ટ વર્ધમાનપેશીને ઈજા પહોંચાડી શકતા નથી. આમ, જ્યારે 2, 4 –Dનો છંટકાવ લૉન પર કરવામાં આવે ત્યારે માત્ર દ્વિદળી નીંદણનો નાશ થાય છે અને લૉન નીંદણ મુક્ત બની જાય છે.

19. સ્વાદુપિંડ શું છે ? પાચનમાં મદદરૂપ થતાં સ્વાદુપિંડના મુખ્ય સ્ત્રાવ જણાવો.

ઉત્તર. સ્વાદુપિંડ એક એવી ગ્રંથિ છે કે જે અંતઃસ્રાવી અને બર્હિસ્રાવી ભાગો ધરાવે છે, તે પાચક ઉત્સેચકો તેમજ અંતઃસ્રાવોનો સ્રાવ કરે છે.

પાચન સાથે સંકળાયેલ સ્વાદુપિંડ સ્રવિત પદાર્થો જે મોટા ભાગે નિષ્ક્રિય ઉત્સેચકો છે. તેની નોંધ નીચે આપેલ છે.

a. ટ્રિપ્સિનોજેન
b. કાયમોટ્રિપ્સિનોજેન
c. પ્રોકાર્બોક્સિપેપ્ટિડેઝ
d. એમાયલેઝિસ
e. લાયપેઝિસ
f. ન્યુક્લીએઝિસ.

20. પાચનમાર્ગના એવા ભાગનું નામ આપો કે જે પાચિત ખોરાકના મોટા ભાગનું શોષણ કરે છે. વિવિધ શોષિત ખાદ્યપદાર્થોનાં નામ આપો.

ઉત્તર. નાનું આંતરડું પાચનમાર્ગનો ભાગ છે કે જેમાં પાચિત ખોરાકનાં દ્રવ્યોનું મુખ્યત્વે શોષણ થાય છે.

એમિનો ઍસિડ્સ (પ્રોટીન્સ), ગ્લુકોઝ, ફ્રુક્ટોઝ, ગેલેક્ટોઝ વગેરે જેવાં મોનોસેકેરાઇડ્સ અને ફેટી ઍસિડ્સ અને ગ્લિસરોલ (ફેટ્સ) વગેરે ખાદ્યપદાર્થનાં શોષિત સ્વરૂપો છે.

21. રુધિર દ્વારા CO_2 ના વહનની વિવિધ પદ્ધતિઓ જણાવો.

ઉત્તર. RBCs દ્વારા લગભગ 20-25 % CO_2 નું વહન થાય છે.

બાયકાર્બોનેટ (HCO_3) સ્વરૂપે લગભગ 70 % CO_2 નું વહન થાય છે.

રુધિરસમાં 7 % જેટલા CO_2 નું દ્રાવ્ય સ્વરૂપે વહન થાય છે. (જે ભૌતિક દ્રાવણ સ્વરૂપે થાય છે.)

22. O_2 ની તુલનામાં CO_2 નો પ્રસરણ-દર પટલના આંશિક દબાણના પ્રતિ એકમ દબાણે ઊંચો હોય છે. સમજાવો.

ઉત્તર. દ્રાવ્યતા એક અગત્યના ઘટક તરીકે પ્રસરણ-દર નક્કી કરે છે. CO_2 ની દ્રાવ્યતા O_2 કરતાં 20-25 ઘણી વધારે હોય છે. તેથી CO_2 નું વહન પ્રસરણ-પટલના આંશિક દબાણના પ્રતિ એકમ તફાવતે વધુ હોય છે.

23. રુધિર અને લસિકા વચ્ચેનો ભેદ આપો.

ઉત્તર. રુધિર તરલ આધારક દ્રવ્યથી બનેલી એક સંયોજક પેશી છે. રુધિરરસ અને ભિન્ન રુધિરકોષો (RBCs, WBCs અને ત્રાકકણો) તેનાં ઘટકો છે. પરિવહન તંત્રનાં ઘટકો હૃદય, ધમનીઓ અને શિરાઓ થકી રુધિરનું પરિવહન થાય છે.

લસિકા રંગવિહીન તરલ દ્રવ્ય છે જે વિશિષ્ટ લિમ્ફોસાઇટ્સ (લસિકાકણો) ધરાવે છે જે શરીરને પ્રતિકારકતા આપે છે, પરંતુ તેમાં RBCs હોતાં નથી. લસિકાનું પરિવહન લસિકા પરિવહન તંત્રમાં થાય છે અને ચરબીમાં શોષણ પામે છે.

24. નીચે આપેલ વિશે ટૂંકમાં વર્ણવો :

a. એથેરોસ્ક્લેરોસિસ (Atherosclerosis)

b. ત્રાકકણો (Thrombocytes)

ઉત્તર. **એથેરોસ્ક્લેરોસિસ (Atherosclerosis) :** કેટલીક વાર કેલ્શિયમ, ફેટ (ચરબી), કોલેસ્ટેરોલ અને તંતુમય પેશીઓની જમાવટ રુધિરવાહિનીમાં થાય કે જે હૃદના સ્નાયુઓને લોહી પહોંચાડે છે. (દા.ત., હૃદધમની). આ પરિસ્થિતિમાં હૃદયને રુધિર પહોંચાડતી રુધિરવાહિનીનો વ્યાસ વધુ સાંકડો થવાથી હૃદયને રુધિર પહોંચાડવામાં અસર થાય છે. જેને કારણે કોરોનેરી આર્ટરી ડિસિઝ (હૃદધમનીનો રોગ = CAD) થાય છે જેને એથેરોસ્ક્લેરોસિસ પણ કહે છે.

ત્રાકકણો (Thrombocytes) : બૃહદ્ કોષકેન્દ્રો ધરાવતાં કોષોના (તેઓ અસ્થિમજ્જાના વિશિષ્ટ કોષો છે.) કોષીય ખંડનથી રુધિર કણિકાઓ કે ત્રાકકણો ઉદ્ભવે છે અને તેમને થ્રોમ્બોસાઇટ્સ તરીકે પણ ઓળખાય છે. સામાન્ય રીતે 1 mm^3 રુધિરમાં 1,50,000 થી 3,50,000 ત્રાકકણો હોય છે. ત્રાકકણો વિવિધ પ્રકારના પદાર્થો મુક્ત કરે છે જેમ કે થ્રોમ્બોકાઇનેઝ, જે પૈકીના મોટા ભાગના રુધિર ગંઠાઈ જવામાં સંકળાયેલ છે. રુધિરમાં ત્રાકકણોની સંખ્યા મહત્તમ ઘટવાને કારણે રુધિર ગંઠાઈ જવામાં વિલંબ થવાથી શરીરમાંથી વધુ માત્રામાં રુધિર વહી જવાની શક્યતા રહે છે.

25. a. RBCs ના નિર્માણનું મુખ્ય સ્થાન કયું છે ?

ઉત્તર. અસ્થિમજ્જા

b. હૃદયનો કયો ભાગ હૃદયની ધબકવાની ક્રિયાની શરૂઆત અને જાળવણી કરી લયબદ્ધતા માટે જવાબદાર છે ?

ઉત્તર. સાયનો એટ્રિયલ ગાંઠ (Sino-Atrial Node-SAN)

c. ચતુષ્ખંડીય હૃદય ધરાવતાં સરિસૃપનું નામ આપો.

ઉત્તર. મગર

26. મૂત્રપિંડના કાર્યના નિયમનમાં રેનીન-એન્જિઓટેન્સિન દ્વારા કઈ ભૂમિકા ભજવાય છે ?

ઉત્તર. રુધિર કેશિકાગુચ્છમાં રુધિરદાબ કે રુધિર પ્રવાહ ઘટવાને કારણે JGA (Juxta Glomerular Apparatus) રેનીન(અંતઃસ્રાવ)ને મુક્ત કરે છે. રેનીન, રુધિરમાંના એન્જિઓટેન્સિનોજેનને એન્જિઓટેન્સિન-Iમાં રૂપાંતરિત કરે છે અને પછી એન્જિઓટેન્સિન-IIમાં પરિવર્તિત કરે છે. એન્જિઓટેન્સિન-II ખૂબ જ શક્તિશાળી રુધિરવાહિનીઓનું સંકોચન પ્રેરે છે, જેથી રુધિર કેશિકાગુચ્છમાં રુધિરદબાણ વધે છે અને તેથી GFRમાં પણ વધારો થાય છે. એન્જિઓટેન્સિન-II એડ્રિનલ બાહ્યકને પણ પ્રેરિત કરે છે. જેથી તે આલ્ડોસ્ટેરોન અંતઃસ્રાવને મુક્ત કરે છે. નલિકાના દૂરસ્થ ભાગમાંથી પાણી અને Na^+નું પુનઃ શોષણ આલ્ડોસ્ટેરોનને કારણે થાય છે. જે રુધિરદબાણ વધારવામાં અને GFR વધારવામાં ભૂમિકા ભજવે છે. આને સામાન્ય રીતે રેનીન-એન્જિઓટેન્સિન ક્રિયાવિધિ કે રેનીન-એન્જિઓટેન્સિન આલ્ડોસ્ટેરોન તંત્ર (Renin-Angiotensin Aldosterone System - RAAS) તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

27. નીચે આપણા શરીરના કેટલાક ભાગો આપેલ છે, જેનાં વિશિષ્ટ નામ અસ્થિવિદ્યા આધારિત સામે બાજુ લખો :

			જવાબ
a.	ઢીંચણની ટોપી (Knee Cap)	–	ઢાંકણી (Patella)
b.	કોલરનું અસ્થિ	–	હાંસડીનું અસ્થિ (Clavicle)
c.	ખોપરી	–	મસ્તક પેટી (Cranium)

28. ગાંઠિયો વા (Gout) વિશે થોડાંક વાક્યો લખો.

ઉત્તર. જ્યારે અસ્થિઓમાં ચયાપચયિક ઉત્સર્ગ દ્રવ્યો-યુરિક ઍસિડના સ્ફટિકનો ભરાવો થાય છે, તેને પરિણામે અસ્થિ અને તેમના સાંધાઓનો સોજો આવે છે જેને કારણે દુ:ખાવો થાય છે. કંકાલ-તંત્રની આ અનિયમિતતાને ગાંઠિયો વા કહે છે.

29. નિતંબમેખલા અને સ્કંધમેખલાના જોડાણ-સ્થાન કયા છે ?

ઉત્તર. નિતંબમેખલાનાં ઘટકો આસનાસ્થિ, પુરોનિતંબકાસ્થિ અને નિતંબાસ્થિ છે. તેની ઉચ્ચાલનીય ગોઠવણી નિતંબઉલુખલ દ્વારા ઉર્વસ્થિ સાથે થાય છે.

સ્કંધમેખલાનાં સ્કંધાસ્થિ અને અક્ષક સ્કંધમેખલામાં સ્કંધઉલૂખલની રચના કરે છે જેની સાથે ભૂજાસ્થિ ઉચ્ચાલનીય સાંધો બનાવે છે.

30. લ્યુટિનાઇઝિંગ હોર્મોન્સ (LH) દ્વારા નર અને માદામાં ક્રમાનુસાર કઈ ભૂમિકા ભજવાય છે ?

ઉત્તર. LH (લ્યુટિનાઇઝિંગ હોર્મોન્સ) એન્ડ્રોજેન્સનું સંશ્લેષણ અને સ્રાવને પ્રેરિત કરે છે. આ એન્ડ્રોજેન્સને નર અંત:સ્રાવો કહે છે. માદામાં LH અંડપતન માટે આવશ્યક છે.

માદામાં LH પુખ્ત અંડપુટિકા (ગ્રાફિયન પુટિકા)માંથી અંડપતનને પ્રેરે છે અને કોર્પસ લ્યુટિયમનું તૂટેલી અંડપુટિકામાંથી અંડપતન પછી નિર્માણ અને જાળવણી કરે છે.

31. અંત:સ્રાવ ક્રિયાવિધિમાં દ્વિતીય સંદેશાવાહકની ભૂમિકા શું છે ?

ઉત્તર. જે અંત:સ્રાવો લક્ષ્યકોષમાં પ્રવેશતાં નથી તેઓ નિયત ગ્રાહી સ્થાન સાથે આંતરક્રિયા લક્ષ્ય કોષના પટલની સપાટી પર દર્શાવે છે અને દ્વિતીયક સંદેશાવાહકનું નિર્માણ કોષરસપટલની અંદર તરફ કરે છે. (દા.ત., C-AMP.) દ્વિતીય સંદેશાવહક બધી જ અંત:સ્રાવી ક્રિયા કરે છે.

32. ઉંમરલાયક વ્યક્તિઓમાં પ્રતિકારક તંત્ર નબળું હોય છે. તેનું કારણ શું છે ?

ઉત્તર. ઉંમરલાયક વ્યક્તિઓમાં થાયમસ ગ્રંથિ અવનત પામે છે. તેને પરિણામે થાયમોસિન્સનું નિર્માણ ઘટે છે, જેને પરિણામે પ્રતિકારક પ્રતિચાર ઘરડા લોકોમાં નબળો બને છે.

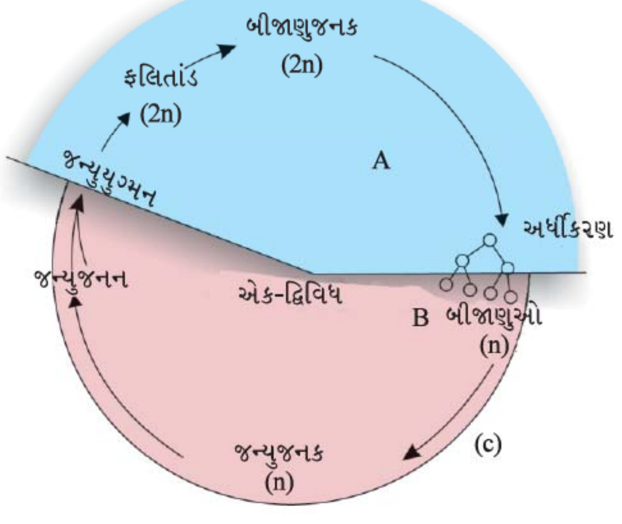
દીર્ઘ જવાબી પ્રકારના પ્રશ્નોના ઉત્તરો (LAs)

1. વનસ્પતિઓમાં એક-દ્વિવિધ જીવનચક્રની ભાત તેની રેખાંકિત આકૃતિની મદદથી વર્ણવો.

ઉત્તર. લિંગીપ્રજનન કરતી વનસ્પતિઓમાં, વનસ્પતિ દેહના એકકીય અને દ્વિકીય તબક્કાઓ એકાંતરે જોવા મળે છે. એકકીય વનસ્પતિ દેહને જન્યુજનક કહે છે, જ્યારે દ્વિકીય વનસ્પતિ દેહને બીજાણુજનક કહે છે. જન્યુજનક સમભાજન દ્વારા જન્યુઓનું નિર્માણ કરે છે, જ્યારે બીજાણુજનક દ્વારા એકકીય બીજાણુઓનું નિર્માણ અર્ધીકરણને અનુસરીને થાય છે. બે જન્યુઓ યુગ્મન પામીને

ફલિતાંડનું નિર્માણ કરે છે જે દ્વિકીય બીજાણુજનક અવસ્થામાં વિકાસ પામે છે.

એક દ્વિવિધ જીવનચક્રની ભાત દ્વિઅંગી કે ત્રિઅંગી જેવી વનસ્પતિઓમાં બંને તબક્કાઓના જીવન બહુકોષીય હોય છે. જોકે દ્વિઅંગી વનસ્પતિઓમાં જન્યુજનક અવસ્થા નાની, પ્રકાશસંશ્લેષિત અને સ્વતંત્ર તેમજ પ્રભાવી તબક્કો છે. આંશિક કે પૂર્ણ રીતે પરાવલંબી બીજાણુજનક જન્યુજનક સાથે ભૌતિક જોડાણ ધરાવે છે. એકકીય (n) બીજાણુઓ બીજાણુજનક દ્વારા વિતરણ પામીને, અંકુરણ પામી સ્વતંત્ર જન્યુજનક વનસ્પતિઓનું સર્જન કરે છે. જ્યારે ત્રિઅંગી વનસ્પતિઓમાં દ્વિકીય (2n) તબક્કો પ્રભાવી હોય છે, જે સુઆયોજિત સ્વતંત્ર હોય છે જ્યારે એકકીય (n) તબક્કો પણ મુક્તજીવી અને સ્વતંત્ર પરંતુ ટૂંકજીવી અને પ્રકાશસંશ્લેષિત છે. વનસ્પતિઓના આ બંને સમૂહોમાં ચલિત નરજન્યુઓ, પુંજન્યુ કે નરજન્યુઓ તરીકે પુંજન્યુધાની લિંગી અંગ દ્વારા ઉદ્‌ભવે છે અને સ્ત્રી જન્યુધાની સુધી (જ્યાં અંડકોષ હોય છે.) પાણીના માધ્યમ દ્વારા વહન પામે છે. અંડકોષ અચલિત છે જેથી પ્રજનન અંડજન્યુક પ્રકારનું છે.



આકૃતિ

2. વનસ્પતિઓમાં લાઇકેન એક સામાન્યતઃ સહજીવનના ઉદાહરણ સ્વરૂપે છે. જેમાં લીલ અને ફૂગની જાતિ એકબીજા સાથે રહે છે તથા તેથી એકબીજાને ફાયદો થાય છે. જો લીલ અને ફૂગ બંને સભ્યો એકબીજાથી અલગ થાય તો શું થશે ?

a. બંને જીવિત રહેશે અને સામાન્ય રીતે એકબીજાથી સ્વતંત્ર રીતે વૃદ્ધિ પામશે.

b. બંને મૃત્યુ પામશે.

c. લીલ ઘટક જીવિત રહેશે, જ્યારે ફૂગ ઘટક મૃત્યુ પામશે.

d. ફૂગ ઘટક જીવિત રહેશે, જ્યારે લીલ ઘટક મૃત્યુ પામશે.

તેમના આ સંબંધને સહજીવન તરીકે કેવી રીતે સમર્થન આપશો ?

ઉત્તર. જીવવિજ્ઞાનમાં લાઈકેન સહજીવન માટેનું એક ઉત્તમ ઉદાહરણ છે કે જેમાં ફૂગ અને લીલની જાતિ એકબીજા સાથે એકબીજાના ફાયદા માટે જીવે છે. લીલ ઘટક પ્રકાશસંશ્લેષણ દ્વારા ખોરાકનું નિર્માણ કરે છે. તે ખોરાકનો ઉપયોગ ફૂગ દ્વારા તેની જીવિતતા માટે થાય છે. બદલામાં ફૂગ ઘટક આશ્રય સ્થાનો અને નકામા ઘટકો પૂરા પાડે છે જે લીલની જાતિઓ દ્વારા વપરાશમાં લેવામાં આવે છે.

પ્રયોગો દ્વારા જોવા મળ્યું છે કે, જ્યારે લીલ ઘટકોને ફૂગની જાતિઓથી અલગ કરવામાં આવે તો લીલ ઘટક ફૂગજાતિથી સ્વતંત્ર રીતે જીવે છે જ્યારે ફૂગ જાતિ પણ સ્વતંત્ર જીવે છે, પરંતુ ફૂગ ઘટક માટે આ સત્ય નથી જ્યારે ફૂગ ઘટકને લીલ ઘટકથી અલગ કરવામાં આવે છે તો તે મૃત્યુ પામે છે. આ સંયોજન લાક્ષણિક કિસ્સામાં માલિક-ગુલામનો ખૂબ જ મહત્ત્વપૂર્ણ સંબંધ ધરાવે છે. જેમાં ફૂગ ઘટક (માલિક) એ લીલ ઘટક (ગુલામ)ને જકડી રાખે છે. જેથી પોતાની જીવિતતા જળવાઈ રહે જ્યારે તેના બદલામાં લીલ (ગુલામ)ને કશું જ પાછું આપતી નથી. કેટલાક લેખકોએ તે સંયોજનને પરાવલંબી નિયંત્રણ તંત્ર કે દાસ-જીવન (Helotism) કહ્યું છે. કેટલીક વાર ફૂગ તેનાં કવક સૂત્રો લીલના કોષોમાં પોષણ મેળવવા માટે પ્રસારે છે.

3. ફેબેસી, સોલેનેસી લીલીએસી કુળ વચ્ચેના ભેદ સ્ત્રીકેસરચક્રની લાક્ષણિકતાઓને આધારે આપો. ઉપર્યુક્ત કુળમાંના કોઈ એક કુળની આર્થિક ઉપયોગિતા પણ લખો.

ઉત્તર. a. સ્ત્રીકેસરચક્ર :

i. ફેબેસી : એક સ્ત્રીકેસરી, એક કોટરી બીજાશય, ધારાવર્તી જરાયુવિન્યાસ

ii. સોલેનેસી : દ્વિસ્ત્રીકેસરી, યુક્ત, સ્ત્રીકેસરો ત્રાંસા ગોઠવાયેલ, દ્વિકોટરીય, અક્ષવર્તી જરાયુવિન્યાસ

iii. લીલીએસી : ત્રિસ્ત્રીકેસરી, યુક્ત, બીજાશય ઊર્ધ્વસ્થ, અક્ષવર્તી જરાયુવિન્યાસ

b. ફેબેસીનું આર્થિક મહત્ત્વ :

i. કઠોળનો સ્રોત (ચણા, તુવેર)

ii. ખાદ્ય તેલ (સોયાબીન, મગફળી)

iii. રંગક (ઇન્ડિગોફેરા-ગળી)

iv. રેસાઓ (શણ)

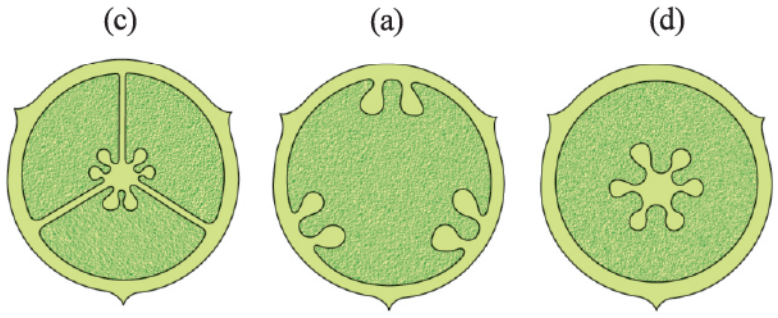
v. ઘાસચારો (સેસ્બેનીઆ, ટ્રાઇફોલિયમ),

vi. સુશોભન માટે (લ્યુપીન)

vii. દવા (જેઠીમધ)

4. અંડાશયમાં અંડકોની ગોઠવણીને જરાયુવિન્યાસ તરીકે ઓળખાય છે. જરાયુને કયા સંદર્ભમાં ઓળખાય ? વનસ્પતિઓમાં જોવા મળતાં વિભિન્ન પ્રકારના જરાયુવિન્યાસ જણાવો. કોઈ પણ ત્રણ પ્રકારના જરાયુવિન્યાસ, પુષ્પોના T.S.માં જોવા મળતાં હોય તેવા કોઈ પણ દોરો.

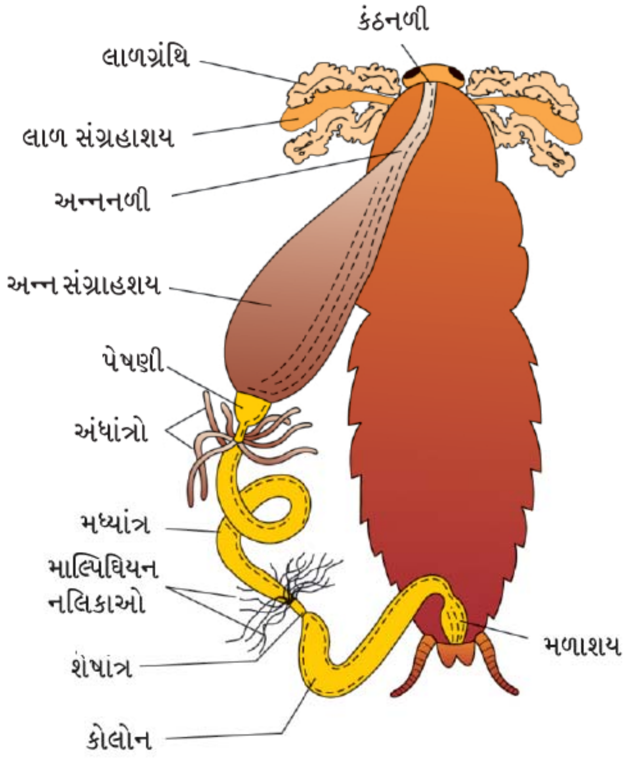
ઉત્તર. અંડકો એ માદા પ્રાજનનિય સંરચનાઓ છે કે જે પુષ્પના અંડાશયમાં ઉદ્ભવે છે. વિભિન્ન વનસ્પતિઓમાં, તેની (અંડકની) સંખ્યા, સંરચના અને તેઓના અંડાશયોમાં સ્થાનમાં વૈવિધ્ય હોય છે. તેઓના અંડાશયની દીવાલ સાથેના જોડાણની પદ્ધતિ પણ ભિન્ન હોય છે. અંડકો કોષીય સંરચના કે કોષોની ઉપસેલી ધારની રચના દ્વારા અંડાશયની દીવાલની સાથે જોડાયેલા હોય છે જેને જરાયુ કહે છે. જરાયુ સાથે અંડકની જોડાણ-પદ્ધતિને જરાયુવિન્યાસ કહે છે કે જેના પ્રકારો : a. ચમવર્તી b. ધારાવર્તી c. અક્ષવર્તી d. મુક્તકેન્દ્રસ્થ e. તલસ્થ.



અક્ષવર્તી જરાયુવિન્યાસ ચમવર્તી જરાયુવિન્યાસ મુક્ત કેન્દ્રસ્થ

5. વંદાના પાચનતંત્રનું વર્ણન નામનિર્દેશિત આકૃતિની મદદથી સમજાવો.

ઉત્તર. પાચનતંત્ર, પાચનમાર્ગ અને પાચકગ્રંથિઓનું બનેલું છે. વંદાનું પાચનતંત્ર અગ્રાંત્ર, મધ્યાંત્ર અને પશ્ચાંત્રમાં વિભાજિત છે. મુખ નાની નલિકામય કંઠનળીમાં ખૂલે છે જે સાંકડો નલિકામય માર્ગ અન્નનળીમાં ખૂલે.



જે કોથળીમય રચના, અન્ન સંગ્રહાશયમાં ખૂલે છે જે ખોરાકનો સંગ્રહ કરે છે. અન્ન સંગ્રહાશયને અનુસરીને પેષણી કે પ્રોવેન્ટ્રિક્યુલસ આવેલ છે. પેષણી 6-કાઈટિનયુક્ત તકતી ધરાવે છે જેને દાંત કહે છે જે ખોરાકને દળવામાં મદદરૂપ થાય છે. સમગ્ર અગ્રાંત્ર ક્યુટિકલ દ્વારા અસ્તર પામેલ છે. 6-8 અંધનલિકાઓની બનેલી વલયમય રચના કે જેને અધાંત્રો કહે છે, તે અગ્રાંત્ર અને મધ્યાંત્રના જોડાણસ્થાને હોય છે, જે પાચકરસનો સ્રાવ કરે છે. મધ્યાંત્ર અને પશ્ચાંત્રના જોડાણસ્થાને પીળા રંગની પાતળી તંતુમય માલ્પિઘિયન નલિકાઓ હોય છે કે જે હિમોલિમ્ફમાંથી ઉત્સર્ગ દ્રવ્યોને દૂર કરવામાં મદદરૂપ થાય છે. પશ્ચાંત્ર એ મધ્યાંત્ર પછીનું પહોળું અંગ છે અને તે શેષાંત્ર, કોલોન અને મળાશયમાં વિભેદન પામે છે. મળાશય બહારની તરફ મળદ્વાર મારફતે ખૂલે છે.

6. અવલોકન કરવામાં આવ્યું છે કે, કોઈ ચોક્કસ તત્ત્વની ઊણપથી ઉદ્‌ભવતા તેનાં ચિહ્‌નો પહેલાં જૂનાં પર્ણોમાં જોવા મળે ત્યાર બાદ તરુણ પર્ણોમાં જોવા મળે છે.

a. શું તે એવું સૂચવે છે કે ખનીજતત્ત્વ સક્રિય રીતે વહનશીલ છે અથવા સાપેક્ષ અવહનશીલ છે. બે ખનીજતત્ત્વોનાં નામ આપો કે જે ખૂબ જ ચલિત છે અને સક્રિય રીતે વહનશીલ અને સાપેક્ષ અવહનશીલ બે ખનીજતત્ત્વોનાં નામ આપો.

ઉત્તર. તે સક્રિય રીતે વહનશીલ છે. વધુ વહનશીલ - નાઇટ્રોજન, મૅગ્નેશિયમ
સાપેક્ષ અવહનશીલ - કૅલ્શિયમ, બોરોન

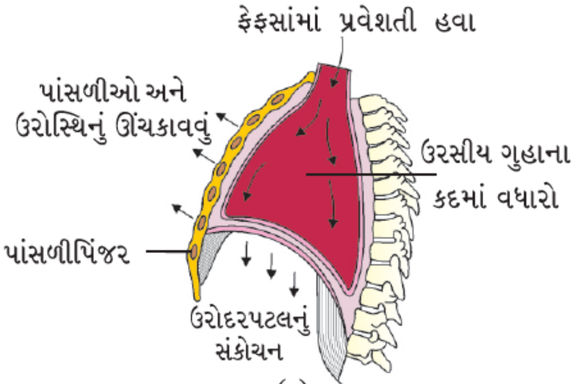
b. ઉદ્યાનવિદ્યા અને કૃષિવિદ્યાને અનુસરીને ખનીજતત્ત્વોની વહનશીલતાનું મહત્ત્વ કેવી રીતે જણાવશો ?

ઉત્તર. વહનશીલ ખનીજતત્ત્વોનાં ઊણપીય ચિહ્‌નો વધુ માત્રામાં જૂનાં પર્ણોમાં પ્રદર્શિત થાય છે અને સાપેક્ષ અચલિત ખનીજતત્ત્વોનાં ઊણપીય ચિહ્‌નો પ્રથમ તરુણ પર્ણોમાં જોવા મળે છે. વનસ્પતિઓમાં ખનીજતત્ત્વોના ઊણપ વિશેનો વ્યાપક ખ્યાલ ઉદ્યાનવિદ્યક અને કૃષિવિદ્યક દ્વારા ઉપયોગમાં લેવાય છે.

7. શ્વાસોચ્છ્‌વાસની ક્રિયાવિધિ સ્વચ્છ નામનિર્દેશન રેખાકૃતિ સહિત સમજાવો.

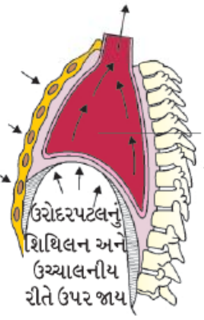
ઉત્તર. શ્વાસોચ્છ્‌વાસમાં બે અવસ્થાઓ સંકળાયેલી છે.

a. **શ્વાસ (Inspiration) :** ઉરોદરપટલના સંકોચન દ્વારા શ્વાસનો પ્રારંભ થાય છે કે જેથી અગ્રપશ્ચ અક્ષે ઉરસીય ગુહાના કદમાં વધારો થાય છે. બાહ્ય - આંતરપાંસળીય સ્નાયુઓના સંકોચનને લીધે પાંસળીઓ અને ઉરોસ્થિ ઊંચકાય છે જેને કારણે ઉરસીય ગુહામાં પૃષ્ઠ-વક્ષ-અક્ષના કદમાં પણ વધારો થાય છે. ઉરસીય કદમાં થતો વધારો ફુપ્ફુસીય કદમાં પણ સમાન વધારો કરે છે જેને પરિણામે આંતર ફુપ્ફુસીય દબાણ વાતાવરણીય દબાણ કરતાં ઓછું બને છે. આને કારણે બાહ્ય હવા ફેફસાંમાં વહન પામે છે એટલે કે શ્વાસની ક્રિયા.



(a)

b. ઉચ્છ્વાસ (Expiration) : ઉરોદરપટલનું શિથિલન થતાં આંતર-પાંસળીય સ્નાયુઓ પાંસળીઓ અને ઉરોસ્થિ તેમના મૂળભૂત સ્થાને આવે છે. આ ઘટના ઉરસીય ગુહાના કદમાં ઘટાડો કરે છે, જેથી ફેફસાંના કદમાં પણ ઘટાડો થાય છે. જેને પરિણામે ફેફસાંનું આંતરિક દબાણ વધે છે, જે વાતાવરણીય દબાણ કરતાં સહેજ વધુ હોય છે. જેને કારણે ફેફસાંમાંની હવા બહાર ફેંકાય છે એટલે કે ઉચ્છ્વાસ થાય છે.



(b)

8. વિભિન્ન પ્રકારનાં રુધિરજૂથ વિશે સમજાવો અને દાતાની સંગતતાને અનુલક્ષીને કોષ્ટક બનાવો.

ઉત્તર. ABO રુધિરજૂથ રક્તકણોની સપાટી પર આવેલા બે એન્ટિજન A અને Bની હાજરી અને ગેરહાજરીને આધારે નક્કી થાય છે. એ જ રીતે વિભિન્ન વ્યક્તિઓના રુધિરરસ બે નૈસર્ગિક એન્ટિબોડી એન્ટિ-A અને એન્ટિ-B હોય છે. A રુધિરજૂથવાળી વ્યક્તિને A અને O રુધિરજૂથવાળી વ્યક્તિ રુધિર દાન કરી શકે છે. રુધિરજૂથ B એન્ટિજન-B ધરાવે અને એન્ટિબોડી-A ધરાવે છે. B રુધિરજૂથવાળી વ્યક્તિને B અને O રુધિરજૂથવાળી વ્યક્તિઓ રુધિર-દાન કરી શકે છે. AB રુધિરજૂથવાળી વ્યક્તિના રુધિરમાં A અને B એન્ટિજન હોય છે, પરંતુ એન્ટિબોડી હોતાં નથી. આથી તેને સંગત દાતા રુધિરજૂથ AB, A, B અને O હોય છે. આથી AB રુધિરજૂથને ''સાર્વત્રિક ગ્રાહી'' રુધિરજૂથ કહે છે. રુધિરજૂથ O માં કોઈ પણ પ્રકારના એન્ટિજન હોતાં નથી, પરંતુ A અને B બંને પ્રકારના એન્ટિબોડી ધરાવે છે. આથી રુધિરજૂથ Oને સંગત દાતા રુધિરજૂથ માત્ર O છે. પરંતુ તે સંગતતાને આધારે A, B, AB અને Oને રુધિર-દાન કરી શકે છે. આથી O રુધિરજૂથને 'સાર્વત્રિક દાતા' રુધિરજૂથ કહે છે.

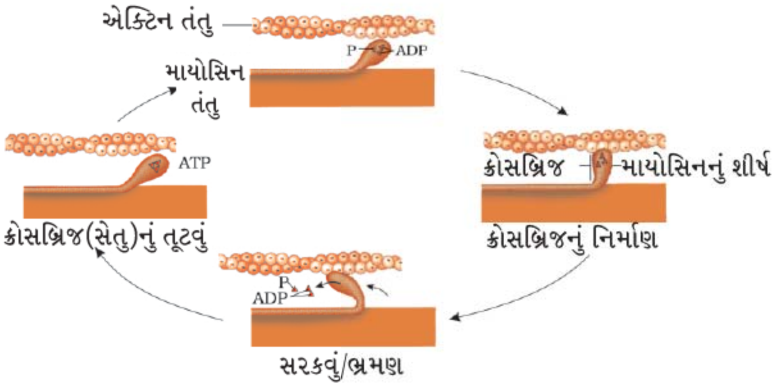
રુધિરજૂથ અને દાતાની સંગતતા

રુધિરજૂથ	RBCs પર આવેલ એન્ટિજન	રુધિરરસમાં રહેલ એન્ટિબોડી	સંગત દાતા રુધિરજૂથ
A	A	એન્ટિ-B(b)	A, O
B	B	એન્ટિ-A(a)	B, O
AB	A, B	—	AB, A, B, O
O	—	એન્ટિ-A અને B (a, b)	O

9. સ્નાયુ-સંકોચનમાં Ca^{+2} ની ભૂમિકાની ચર્ચા કરો. તમારા જવાબની સમજ માટે સ્પષ્ટ આકૃતિ દોરો.

ઉત્તર. ચેતાકીય સંકેત દ્વારા સ્નાયુ-સંકોચનનો પ્રારંભ થાય છે, કે જે ચેતાસ્નાયુ સંધાન કે ચાલક અંત્ય તક્તીઓ સુધી પહોંચ્યા પછી ચેતાપ્રેષક દ્રવ્ય મુક્ત કરે છે. જેને પરિણામે સ્નાયુ તંતુપટલમાં સક્રિય કલાવીજસ્થિતિમાન ઉદ્ભવે છે. સક્રિય કલા વીજસ્થિતિમાનનું વહન સ્નાયુ તંતુ દ્વારા થાય છે અને તે કૅલ્શિયમ આયનોને સ્નાયુરસમાં મુક્ત કરે છે. Ca^{+2} ના સ્તરમાં વધારો થવાને કારણે કૅલ્શિયમ એક્ટિન તંતુના ઉપએકમ ટ્રોપોનીન સાથે જોડાણ સાધે છે અને માયોસિન માટેનું સક્રિય સ્થાનનું આવરણ દૂર કરે છે. ATPનું હાઇડ્રોલાયસિસ થવાથી માયોસિન શીર્ષ હવે વળીને એક્ટિન પરના સક્રિય સ્થાને જોડાય છે. જેથી ક્રોસ બ્રીજ(સેતુ)નું નિર્માણ થાય છે. આ જોડાણ એક્ટિન તંતુઓને A બિંબના કેન્દ્ર તરફ ખેંચે છે. Z રેખા આ એક્ટિન સાથે જોડાયેલ હોય છે જેથી તે પણ અંદરની તરફ ખેંચાય છે. જેને કારણે સ્નાયુ તંતુક ખંડ ટૂંકો બને છે એટલે કે સંકોચન પામે છે.

માયોસિનના શીર્ષ સાથે નવો ATP જોડાય છે અને ક્રોસબ્રિજને તોડે છે. માયોસિનના શીર્ષ અને ક્રોસ બ્રિજના નિર્માણ અને તૂટવાનું ચક્ર પુનરાવર્તન પામતું રહે છે, જેને કારણે સરકવાની ક્રિયા થાય છે. જેના દ્વારા ATP ફરીથી હાઇડ્રોલાઇઝ્ડ પામે છે. આ ક્રિયાનું સાતત્ય ત્યાં સુધી રહે છે. જ્યાં સુધી Ca^{+2} આયનો પાછા સ્નાયુરસની જાળની પુટિકામાં ધકેલાય અને પરિણામે એક્ટિન તંતુ આવરિત થાય અને બધા જ સેતુઓ તૂટે ત્યાં સુધી આ પ્રક્રિયા ચાલુ રહે છે. આને કારણે Z રેખાઓ પોતાના સ્થાને પાછી ફરે છે. તેની સાથે તંતુઓ પાછા પોતાની મૂળભૂત સ્થિતિમાં ગોઠવાય છે એટલે કે શિથિલન પામે છે.



11. સ્કંધમેખલા અને નિતંબમેખલા વચ્ચેનો ભેદ આપો.

ઉત્તર. સ્કંધમેખલા અને નિતંબમેખલા અગ્રઉપાંગ અને પશ્ચઉપાંગને ક્રમશઃ જોડાણ પૂરું પાડતી રચના છે. પ્રત્યેક મેખલા બે અર્ધ ભાગો ધરાવે છે.

સ્કંધમેખલાનો પ્રત્યેક અર્ધ ભાગમાં અક્ષક અને સ્કંધાસ્થિ હોય છે. સ્કંધાસ્થિ એ મોટું ત્રિકોણાકાર ચપટું અસ્થિ છે. અક્ષક, સ્કંધાસ્થિ અને ત્રિકોણીય પ્રવર્ધના જોડાણથી રચાતો સાંધો સ્કંધ ઉલૂખલનું નિર્માણ કરે છે જે ભૂજાસ્થિના શીર્ષ સાથે જોડાણ રચી ખભાનો સાંધો બનાવે છે.

નિતંબમેખલાનો પ્રત્યેક અર્ધ ભાગનું નિર્માણ ત્રણ અસ્થિઓ - આસનાસ્થિ, પુરોનિતંબકાસ્થિ અને નિતંબાસ્થિ દ્વારા બને છે. તેઓનાં જોડાણસ્થાને ખાડો સર્જાય છે જેને નિતંબ ઉલૂખલ કહે છે કે જેમાં ઉર્વસ્થિનું શીર્ષ જોડાય છે.

12. ઉત્તરાંચલની શૈક્ષણિક પ્રવાસમાં કેતકી અને તેના મિત્રોએ અવલોકન કર્યું કે ઘણા સ્થાનીય લોકો ફૂલેલા ગળાવાળા હતા. કેતકી અને તેના મિત્રોને નીચે આપેલ પ્રશ્નોના ઉત્તરને આધારે આ સમસ્યાનો ઉકેલ મેળવવામાં મદદ કરો.

a. આ લોકો કયા રોગથી પિડાય છે ?

ઉત્તર. આ લોકો ફૂલેલા ગળાના રોગથી પિડાય છે તે રોગ ગોઈટર છે.

b. તે કેવી રીતે થાય છે ?

ઉત્તર. આપણા આહારમાં આયોડિનની ઊણપને કારણે ગોઈટર નામનો રોગ થાય છે. થાઈરોઈડમાં અંતઃસ્રાવના સંશ્લેષણનો સામાન્ય દર જાળવવા માટે આયોડિન જરૂરી છે.

c. આ સ્થિતિને કારણે કયા અંતઃસ્રાવોમાં ઘટાડો થાય છે ?

ઉત્તર. ટેટ્રાઆયોડોથાયરોનિન અથવા થાયરોક્સિન (T_4) અને ટ્રાયઆયોડો થાઈરોનિન (T_3)

d. ગર્ભાધાન પર આ સ્થિતિની શી અસર થાય છે ?

ઉત્તર. ગર્ભાધાન દરમિયાન હાયપોથાઈરોડિઝમને કારણે વૃદ્ધિ પામતા બાળકનો વિકાસ અને પુખ્તતામાં ખામી સર્જાય છે જેને લીધે (1) કુંઠિત વૃદ્ધિ (2) માનસિક બીમાર (3) નીચો બુદ્ધિઆંક (4) પરતમય ત્વચા (5) (Cleaf-mutism) બહેરાશ આવે છે.